PB1_ENMATH2026_EXAMEN

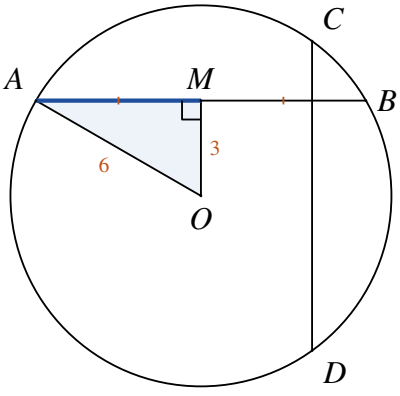
Problema 1 – Geometrie plană
Evaluarea Națională matematică, Sesiunea 2026, Examen

Enunț

În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O și raza de 6 cm. Punctele A, B, C și D aparțin cercului, astfel încât dreptele AB și CD sunt perpendiculare. Punctul M este mijlocul coardei AB și $OM = 3$ cm.

a) Arată că $AM = 3\sqrt{3}$ cm.

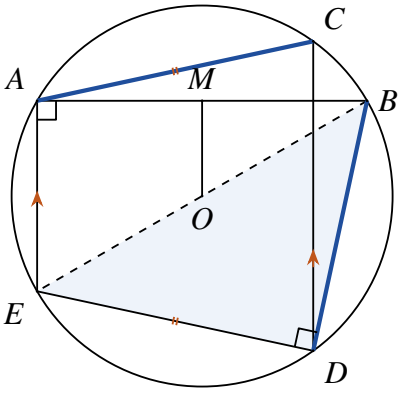
a) Ideea de rezolvare



- Ce fel de triunghi este AOB? Ce lungime au segmentele OA și OB?
- M este mijlocul lui AB. Ce proprietate are mediana OM în triunghiul isoscel AOB?
- Ce fel de triunghi este OMA?
- Aplică teorema lui Pitagora în triunghiul OMA.

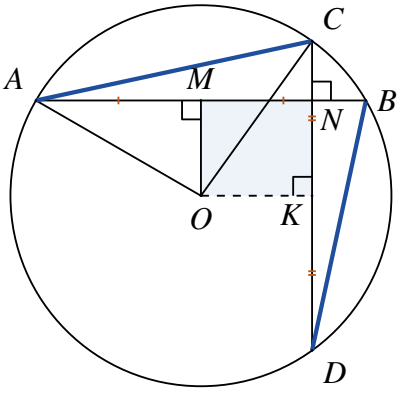
b) Demonstrează că $AC^2 + BD^2 = 144$ cm^2.

b) Ideea de rezolvare – Metoda 1 (ca în barem)



- Fie E punctul diametral opus lui B. Ce lungime are BE? Ce măsură au unghiurile BAE și BDE?
- Ce poziție au dreptele AE și CD față de AB? Ce rezultă despre AE și CD?
- Ce fel de patrulater este $ACDE$? Compară segmentele AC și DE.
- Aplică teorema lui Pitagora în triunghiul BDE.

b) Ideea de rezolvare – Metoda 2 (dreptunghiul $OMNK$)



- Fie N punctul comun al dreptelor AB și CD. Scrie AC^2 și BD^2 cu teorema lui Pitagora în triunghiurile ANC și BND.
- Fie K mijlocul coardei CD. Ce fel de patrulater este $OMNK$?
- Exprimă AN și BN cu ajutorul lui AM și MN, apoi CN și DN cu ajutorul lui CK și KN.
- Folosește $MN = OK$, $KN = OM$ și teorema lui Pitagora în triunghiurile OMA și OKC.

b) Ideea de rezolvare – Metoda 3 (unghiuri înscrise)

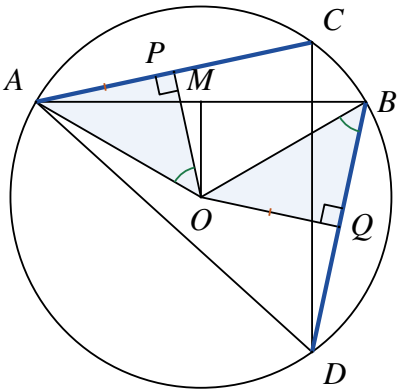
– Fie P și Q mijloacele coardelor AC și BD. Ce poziție au OP și OQ față de aceste coarde?

– Compară unghiul la centru AOC cu unghiul înscris ADC. Ce legătură este între $\sphericalangle AOP$ și $\sphericalangle ADC$? Dar între $\sphericalangle BOQ$ și $\sphericalangle BAD$?

– Fie N punctul comun al dreptelor AB și CD. Cât este $\sphericalangle BAD + \sphericalangle ADC$?

– Compară triunghiurile dreptunghice OPA și BQO. Ce obții despre AP și OQ?

– Aplică teorema lui Pitagora în triunghiul OQB.



b) Ideea de rezolvare – Metoda 4 (simetrie axială)

– Fie d dreapta OM. Ce poziție are d față de coarda AB? În ce punct se transformă A prin simetria față de d?

– Fie C' simetricul lui C față de d. De ce se află C' pe cerc? Compară AC cu BC'.

– Ce poziție au dreptele CC' și AB? Ce măsură are atunci unghiul DCC'? Ce reprezintă segmentul DC'?

– Ce măsură are unghiul DBC'? Aplică teorema lui Pitagora în triunghiul DBC'.

