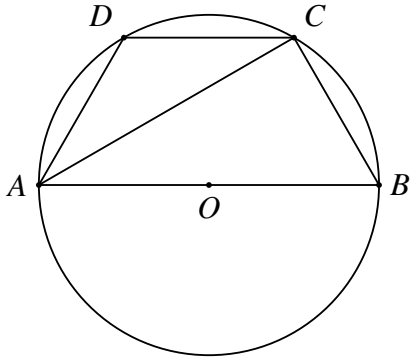
Problema 1 – Geometrie plană
Evaluarea Națională matematică, Sesiunea 2026, Model

Enunț

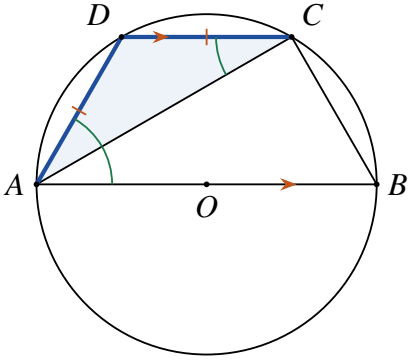
În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O. Punctele A, B, C și D aparțin cercului, astfel încât AB este diametru. Dreptele CD și AB sunt paralele, semidreapta AC este bisectoarea unghiului BAD și $CD = 16$ cm.



a) Arată că $AD = 16$ cm.

b) Calculează aria patrulaterului $ABCD$.

Rezolvare a)



Ipoteză: AB diametru; $CD \parallel AB$; AC bisectoarea unghiului BAD; $CD = 16$ cm.
Concluzie: $AD = 16$ cm

Rezolvare detaliată

Pasul 1. Bisectoarea.

Semidreapta AC este bisectoarea unghiului BAD, deci $\sphericalangle DAC \equiv \sphericalangle CAB$.

Pasul 2. Unghiuri alterne interne.

$CD \parallel AB$, iar AC este secantă, deci $\sphericalangle DCA \equiv \sphericalangle CAB$ (unghiuri alterne interne).

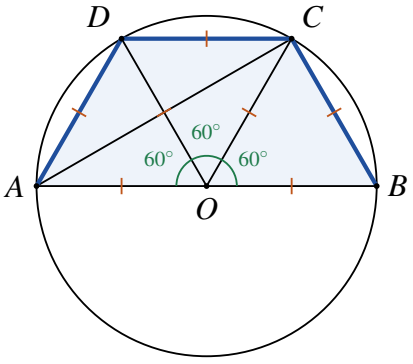
Pasul 3. Triunghiul ADC este isoscel.

Din pașii 1 și 2, $\sphericalangle DAC \equiv \sphericalangle DCA$, deci triunghiul ADC este isoscel cu baza AC și

$$AD = DC = 16 \text{ cm}.$$

Concluzie. $AD = 16$ cm. ■

Rezolvare b) – Metoda 1 (ca în barem)



Ipoteză: $\mathscr{C}(O,r)$, AB diametru; $CD \parallel AB$; AC bisectoarea unghiului BAD; $CD = 16$ cm.
Concluzie: $\mathscr{A}_{ABCD} = ?$

Rezolvare detaliată

Pasul 1. Triunghiurile AOD și DOC sunt congruente.

$OA = OB = OC = OD$ (raze). Din punctul a), $AD = DC = 16$ cm. Conform cazului de congruență L.L.L., $\triangle AOD \equiv \triangle DOC$, deci $\sphericalangle AOD \equiv \sphericalangle DOC$.

Pasul 2. Triunghiurile BOC și AOD sunt congruente.

Patrulaterul $ABCD$ are $CD \parallel AB$, deci este trapez; fiind înscris în cerc, este trapez isoscel, așadar $BC = AD$. Conform cazului L.L.L., $\triangle BOC \equiv \triangle AOD$, deci $\sphericalangle BOC \equiv \sphericalangle AOD$.

Pasul 3. Triunghiurile sunt echilaterale.

Punctele A, O, B sunt coliniare, deci

$$\sphericalangle AOD + \sphericalangle DOC + \sphericalangle COB = 180^\circ \Rightarrow \sphericalangle AOD = \sphericalangle DOC = \sphericalangle COB = 60^\circ.$$

Triunghiurile AOD, DOC, COB sunt isoscele (laturile din O sunt raze) și au un unghi de 60°, deci sunt echilaterale, congruente, cu latura de 16 cm.

Pasul 4. Aria patrulaterului.

$$\mathscr{A}_{ABCD} = 3 \cdot \mathscr{A}_{AOD} = 3 \cdot \frac{16^2\sqrt{3}}{4} = 3 \cdot 64\sqrt{3} = 192\sqrt{3}\ \text{cm}^2.$$

Concluzie. $\mathscr{A}_{ABCD} = 192\sqrt{3}$ cm^2. ■