PB1_ENMATH2026_SIM1

Problema 1 – Geometrie plană
Evaluarea Națională matematică, Sesiunea 2026, Simulare 1

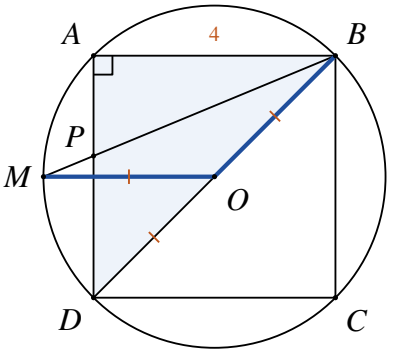
Enunț

În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O. Punctele A, B, C și D aparțin cercului, astfel încât $ABCD$ este pătrat, cu $AB = 4$ cm. Punctul M este mijlocul arcului mic AD, iar dreptele AD și BM se intersectează în punctul P.

a) Arată că $MO = 2\sqrt{2}$ cm.

a) Ideea de rezolvare

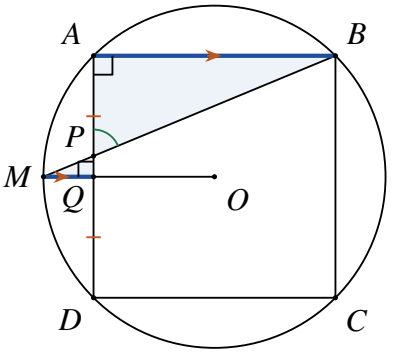
- Unghiul BAD este drept și înscris în cerc. Ce reprezintă segmentul BD pentru cerc?
- Calculează lungimea diagonalei BD a pătratului $ABCD$.
- Ce reprezintă segmentele OB și OM pentru cerc? Deduce lungimea lui MO.



b) Demonstrează că tangenta unghiului BPA este egală cu $1+\sqrt{2}$.

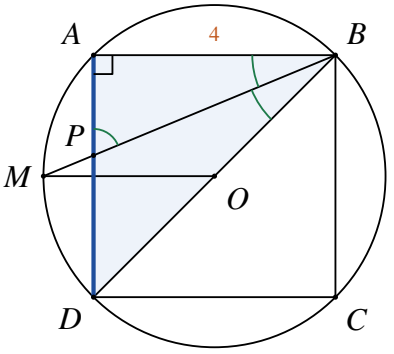
b) Ideea de rezolvare – Metoda 1 (ca în barem)

- Fie $OM \cap AD = \{Q\}$. Ce fel de triunghi este OAD? Ce reprezintă OQ în acest triunghi, știind că M este mijlocul arcului AD?
- Calculează OQ, apoi $MQ = MO - OQ$.
- Ce poziție au dreptele MQ și AB față de AD? Ce triunghiuri asemenea obții?
- Scrie raportul de asemănare și folosește $PQ + PA = AQ = 2$ cm pentru a afla PA.
- Calculează $\operatorname{tg}(\sphericalangle BPA)$ în triunghiul dreptunghic BAP.



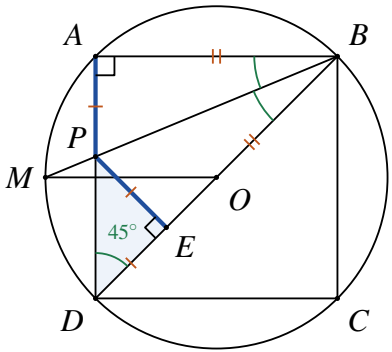
b) Ideea de rezolvare – Metoda 2 (teorema bisectoarei)

- Unghiurile ABM și MBD sunt unghiuri înscrise. Ce arce subîntind? Ce poți spune despre ele?
- Ce reprezintă BP pentru triunghiul ABD?
- Aplică teorema bisectoarei în triunghiul ABD, folosind $BD = 4\sqrt{2}$ cm (punctul a)).
- Folosește $PA + PD = 4$ cm și află PA.
- Calculează $\operatorname{tg}(\sphericalangle BPA)$ în triunghiul dreptunghic BAP.



b) Ideea de rezolvare – Metoda 3 (proiecția pe diagonală)

- Arată că BP este bisectoarea unghiului ABD (unghiuri înscrise care subîntind arce congruente).
- Fie E proiecția lui P pe BD. Ce știi despre distanțele unui punct de pe bisectoare la laturile unghiului? Compară PE cu PA și BE cu BA.
- Calculează $ED = BD - BE$.
- Cât măsoară unghiul PDE? Ce fel de triunghi este PED? Află PE, apoi PA.
- Calculează $\operatorname{tg}(\sphericalangle BPA)$ în triunghiul dreptunghic BAP.



b) Ideea de rezolvare – Metoda 4 (metoda ariilor)

- Arată că BP este bisectoarea unghiului ABD.
- Fie E proiecția lui P pe BD. De ce $PE = PA$? Notează $PA = PE = x$.
- Exprimă ariile triunghiurilor ABP și PBD în funcție de x.
- Aria triunghiului ABD este suma acestor arii. Scrie egalitatea și află x.
- Calculează $\operatorname{tg}(\sphericalangle BPA)$ în triunghiul dreptunghic BAP.

