PB1_ENMATH2026_SIM2

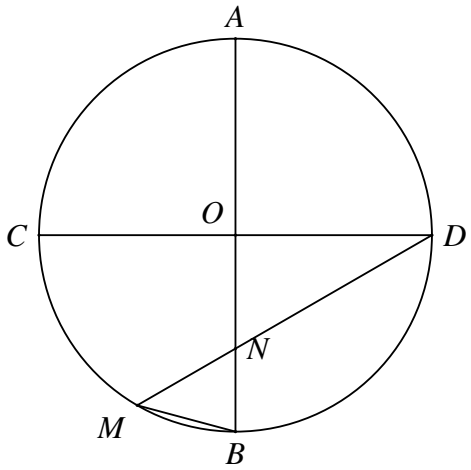
Problema 1 – Geometrie plană
Evaluarea Națională matematică, Sesiunea 2026, Simulare 2

ENUNȚ

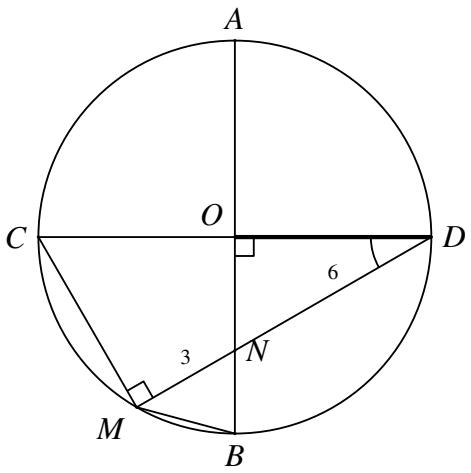
În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O, în care AB și CD sunt diametre perpendiculare. Punctul M aparține arcului mic BC, dreptele DM și AB se intersectează în punctul N, $DN = 6$ cm și $MN = 3$ cm.

a) Arată că măsura unghiului BMN este egală cu 45°.

b) Calculează aria discului cu centrul în O și rază OD.



b) REZOLVARE COMPLETĂ – METODA 1 (CA ÎN BAREM)



Ipoteză: cercul de centru O; AB, CD diametre, $AB \perp CD$; M pe arcul mic BC; $DM \cap AB = \{N\}$; $DN = 6$ cm, $MN = 3$ cm.
Concluzie: $\mathscr{A}_{\text{disc}} = ?$

REZOLVARE DETALIATĂ

Pasul 1. Notații.

Fie r raza cercului. Atunci $DO = r$, $DC = 2r$, iar $DM = DN + NM = 6 + 3 = 9$ cm.

Pasul 2. Unghiul DMC.

Unghiul DMC este înscris în cerc și subîntinde diametrul CD.

Teoremă. Un unghi înscris într-un semicerc este unghi drept.

Deci $\sphericalangle DMC = 90^\circ$.

Pasul 3. Asemănarea triunghiurilor DON și DMC.

Triunghiurile DON și DMC au $\sphericalangle DON = \sphericalangle DMC = 90^\circ$ și unghiul $ODN \equiv \sphericalangle CDM$ comun. Conform cazului de asemănare U.U., $\triangle DON \sim \triangle DMC$, deci

$$\frac{DO}{DM} = \frac{DN}{DC} \Rightarrow \frac{r}{9} = \frac{6}{2r} \Rightarrow 2r^2 = 54 \Rightarrow r^2 = 27.$$

Pasul 4. Aria discului.

$$\mathscr{A}_{\text{disc}} = \pi r^2 = 27\pi \text{ cm}^2.$$

Concluzie. $\mathscr{A}_{\text{disc}} = 27\pi \text{ cm}^2$. ■