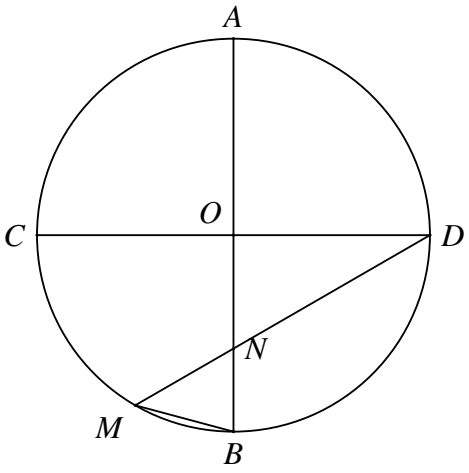
PB1_ENMATH2026_SIM2

Problema 1 – Geometrie plană
Evaluarea Națională matematică, Sesiunea 2026, Simulare 2

ENUNȚ

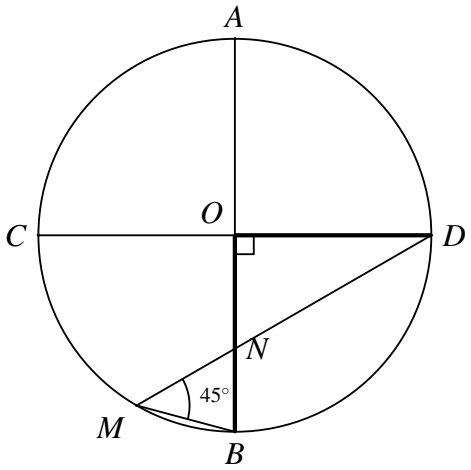
În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O, în care AB și CD sunt diametre perpendiculare. Punctul M aparține arcului mic BC, dreptele DM și AB se intersectează în punctul N, $DN = 6$ cm și $MN = 3$ cm.



a) Arată că măsura unghiului BMN este egală cu 45°.

b) Calculează aria discului cu centrul în O și rază OD.

REZOLVARE a)



Ipoteză: cercul de centru O; AB, CD diametre, $AB \perp CD$; M pe arcul mic BC; $DM \cap AB = \{N\}$.
Concluzie: $\sphericalangle BMN = 45^\circ$.

REZOLVARE DETALIATĂ

Pasul 1. Unghiul la centru BOD.

Diametrele AB și CD sunt perpendiculare, deci $\sphericalangle BOD = 90^\circ$.

Pasul 2. Unghiul înscris BMD.

Unghiul BMD este înscris în cerc și subîntinde același arc BD ca unghiul la centru BOD.

Teoremă. Măsura unui unghi înscris este jumătate din măsura unghiului la centru care subîntinde același arc.

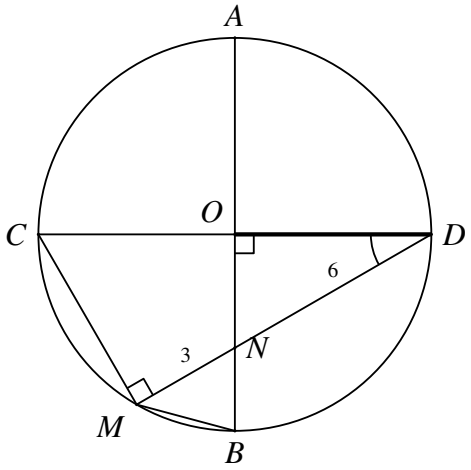
Prin urmare $\sphericalangle BMD = \dfrac{\sphericalangle BOD}{2} = \dfrac{90^\circ}{2} = 45^\circ$.

Pasul 3. Concluzia.

Punctul N aparține segmentului MD, deci semidreptele MN și MD coincid și $\sphericalangle BMN = \sphericalangle BMD = 45^\circ$.

■

REZOLVARE b) – METODA 1 (CA ÎN BAREM)



Ipoteză: cercul de centru O; AB, CD diametre, $AB \perp CD$; M pe arcul mic BC; $DM \cap AB = \{N\}$; $DN = 6$ cm, $MN = 3$ cm.
Concluzie: $\mathscr{A}_{\text{disc}} = ?$

REZOLVARE DETALIATĂ

Pasul 1. Notații.

Fie r raza cercului. Atunci $DO = r$, $DC = 2r$, iar $DM = DN + NM = 6 + 3 = 9$ cm.

Pasul 2. Unghiul DMC.

Unghiul DMC este înscris în cerc și subîntinde diametrul CD.

Teoremă. Un unghi înscris într-un semicerc este unghi drept.

Deci $\sphericalangle DMC = 90^\circ$.

Pasul 3. Asemănarea triunghiurilor DON și DMC.

Triunghiurile DON și DMC au $\sphericalangle DON = \sphericalangle DMC = 90^\circ$ și unghiul $ODN \equiv \sphericalangle CDM$ comun. Conform cazului de asemănare U.U., $\triangle DON \sim \triangle DMC$, deci

$$\frac{DO}{DM} = \frac{DN}{DC} \Rightarrow \frac{r}{9} = \frac{6}{2r} \Rightarrow 2r^2 = 54 \Rightarrow r^2 = 27.$$

Pasul 4. Aria discului.

$$\mathscr{A}_{\text{disc}} = \pi r^2 = 27\pi \text{ cm}^2.$$

Concluzie. $\mathscr{A}_{\text{disc}} = 27\pi$ cm^2. ■