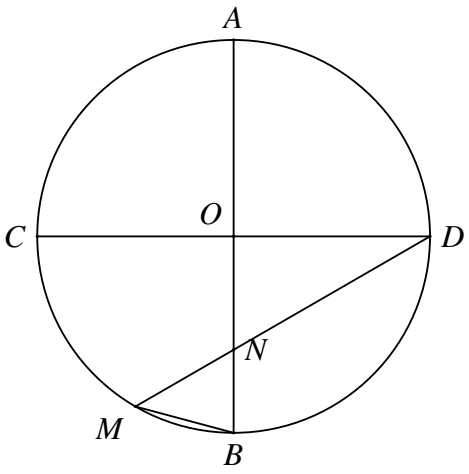
# Problema 1 – Geometrie plană
# Evaluarea Națională matematică, Sesiunea 2026, Simulare 2

## Enunț

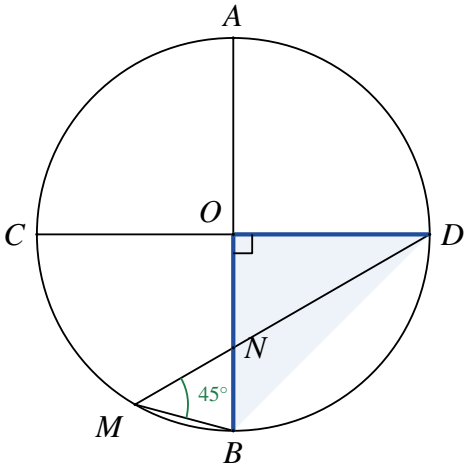



În figura alăturată este reprezentat cercul de centru $O$, în care $AB$ și $CD$ sunt diametre perpendiculare. Punctul $M$ aparține arcului mic $BC$, dreptele $DM$ și $AB$ se intersectează în punctul $N$, $DN = 6$ cm și $MN = 3$ cm.

**a)** Arată că măsura unghiului $BMN$ este egală cu $45°$.

**b)** Calculează aria discului cu centrul în $O$ și rază $OD$.

## Rezolvare a)




**Ipoteză:** cercul de centru $O$; $AB$, $CD$ diametre, $AB \perp CD$; $M$ pe arcul mic $BC$; $DM \cap AB = \{N\}$.
**Concluzie:** $\sphericalangle BMN = 45°$.

## Rezolvare detaliată

**Pasul 1. Unghiul la centru $BOD$.**

Diametrele $AB$ și $CD$ sunt perpendiculare, deci $\sphericalangle BOD = 90°$.

**Pasul 2. Unghiul înscris $BMD$.**

Unghiul $BMD$ este înscris în cerc și subîntinde același arc $BD$ ca unghiul la centru $BOD$.

*Teoremă.* Măsura unui unghi înscris este jumătate din măsura unghiului la centru care subîntinde același arc.

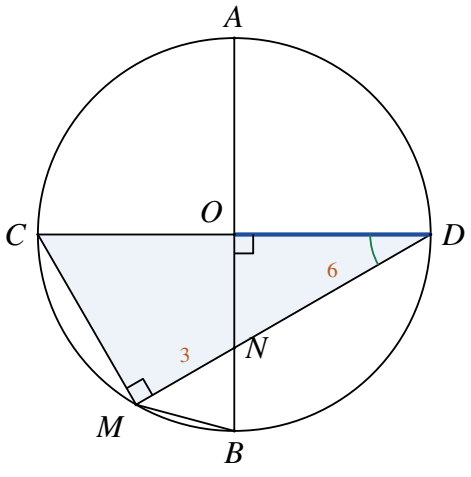
Prin urmare $\sphericalangle BMD = \dfrac{\sphericalangle BOD}{2} = \dfrac{90°}{2} = 45°$.

**Pasul 3. Concluzia.**

Punctul $N$ aparține segmentului $MD$, deci semidreptele $MN$ și $MD$ coincid și $\sphericalangle BMN = \sphericalangle BMD = 45°$.

■

## Rezolvare b) – Metoda 1 (ca în barem)




**Ipoteză:** cercul de centru $O$; $AB$, $CD$ diametre, $AB \perp CD$; $M$ pe arcul mic $BC$; $DM \cap AB = \{N\}$; $DN = 6$ cm, $MN = 3$ cm.
**Concluzie:** $\mathscr{A}_{\text{disc}} = ?$

## Rezolvare detaliată

**Pasul 1. Notații.**

Fie $r$ raza cercului. Atunci $DO = r$, $DC = 2r$, iar $DM = DN + NM = 6 + 3 = 9$ cm.

**Pasul 2. Unghiul $DMC$.**

Unghiul $DMC$ este înscris în cerc și subîntinde diametrul $CD$.

*Teoremă.* Un unghi înscris într-un semicerc este unghi drept.

Deci $\sphericalangle DMC = 90^\circ$.

**Pasul 3. Asemănarea triunghiurilor $DON$ și $DMC$.**

Triunghiurile $DON$ și $DMC$ au $\sphericalangle DON = \sphericalangle DMC = 90^\circ$ și unghiul $ODN \equiv \sphericalangle CDM$ comun. Conform cazului de asemănare U.U., $\triangle DON \sim \triangle DMC$, deci

$$\frac{DO}{DM} = \frac{DN}{DC} \Rightarrow \frac{r}{9} = \frac{6}{2r} \Rightarrow 2r^2 = 54 \Rightarrow r^2 = 27.$$

**Pasul 4. Aria discului.**

$$\mathscr{A}_{\text{disc}} = \pi r^2 = 27\pi \text{ cm}^2.$$

**Concluzie.** $\mathscr{A}_{\text{disc}} = 27\pi$ cm$^2$. ■