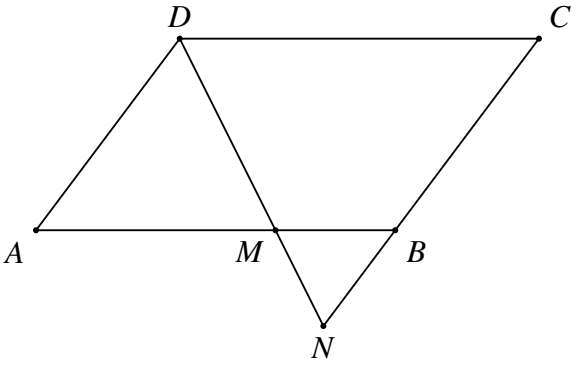
Problema 2 – Geometrie plană
Evaluarea Națională matematică, Sesiunea 2026, Model

Enunț

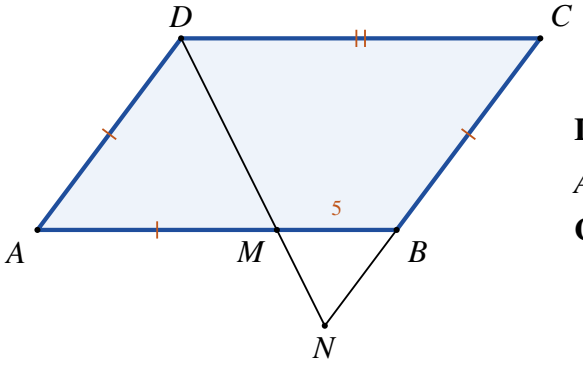
În figura alăturată este reprezentat paralelogramul $ABCD$ cu $AB = 15$ cm. Punctul M aparține segmentului AB, astfel încât $AM = AD = \frac{2}{3}AB$.



a) Arată că perimetrul paralelogramului $ABCD$ este egal cu 50 cm.

b) Știind că distanța de la punctul D la dreapta AB este egală cu 8 cm și că dreapta DM intersectează dreapta BC în punctul N, calculează aria triunghiului NCD.

Rezolvare a)



Ipoteză: $ABCD$ paralelogram, $AB = 15$ cm; $M \in AB$, $AM = AD = \frac{2}{3}AB$.
Concluzie: $\mathscr{P}_{ABCD} = 50$ cm

Rezolvare detaliată

Pasul 1. Calculăm AD.

$$AD = AM = \frac{2}{3} \cdot AB = \frac{2}{3} \cdot 15 = 10 \text{ cm}.$$

Pasul 2. Laturile opuse ale paralelogramului.

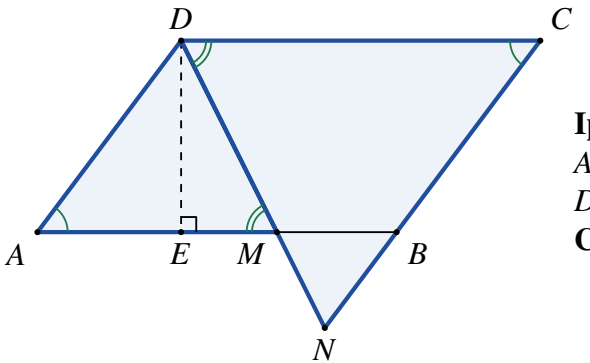
Într-un paralelogram, laturile opuse sunt congruente: $CD = AB = 15$ cm și $BC = AD = 10$ cm.

Pasul 3. Perimetrul.

$$\mathscr{P}_{ABCD} = 2(AB + AD) = 2(15 + 10) = 50 \text{ cm}.$$

Concluzie. $\mathscr{P}_{ABCD} = 50$ cm. ■

Rezolvare b) – Metoda 1 (ca în barem)



Ipoteză: $ABCD$ paralelogram, $AB = 15$ cm; $AM = AD = 10$ cm; $d(D,AB) = 8$ cm; $DM \cap BC = \{N\}$.
Concluzie: $\mathscr{A}_{NCD} = ?$

Rezolvare detaliată

Pasul 1. Aria triunghiului ADM.

Fie E proiecția lui D pe AB; $DE = 8$ cm și $AM = 10$ cm, deci

$$\mathscr{A}_{ADM} = \frac{AM \cdot DE}{2} = \frac{10 \cdot 8}{2} = 40 \text{ cm}^2.$$

Pasul 2. $\triangle ADM \sim \triangle CND$**.**

- $\sphericalangle DAM \equiv \sphericalangle NCD$ (unghiuri opuse ale paralelogramului; N aparține dreptei BC, de aceeași parte a lui C ca B);
- $\sphericalangle AMD \equiv \sphericalangle CDN$ (unghiuri alterne interne, determinate de paralelele AB și CD cu secanta DN).

Conform cazului de asemănare U.U., $\triangle ADM \sim \triangle CND$, cu raportul de asemănare

$$\frac{AM}{CD} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}.$$

Pasul 3. Raportul ariilor.

Raportul ariilor a două triunghiuri asemenea este egal cu pătratul raportului de asemănare:

$$\frac{\mathscr{A}_{ADM}}{\mathscr{A}_{CND}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \mathscr{A}_{NCD} = \frac{9}{4} \cdot 40 = 90 \text{ cm}^2.$$

Concluzie. $\mathscr{A}_{NCD} = 90$ cm^2. ■