PB2_ENMATH2026_MODEL

Problema 2 – Geometrie plană
Evaluarea Națională matematică, Sesiunea 2026, Model

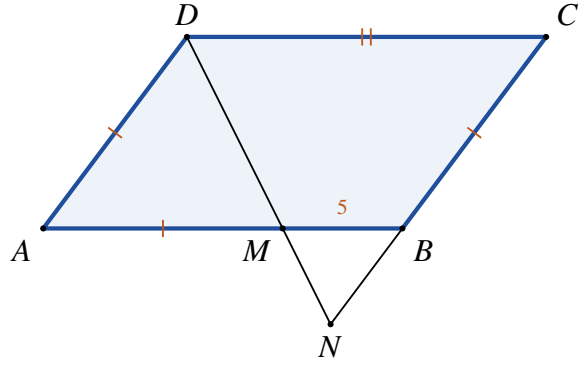
Enunț

În figura alăturată este reprezentat paralelogramul $ABCD$ cu $AB = 15$ cm. Punctul M aparține segmentului AB, astfel încât $AM = AD = \frac{2}{3}AB$.

a) Arată că perimetrul paralelogramului $ABCD$ este egal cu 50 cm.

a) Ideea de rezolvare

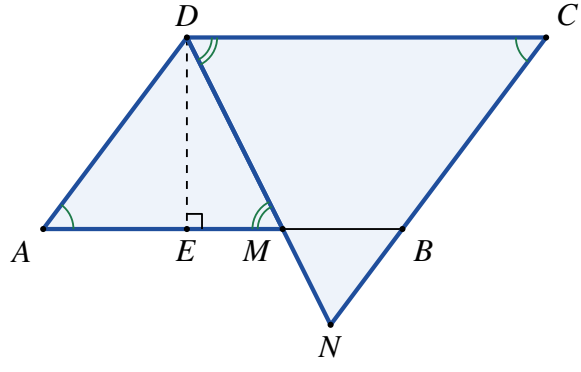
- Calculează $AD = \frac{2}{3} \cdot AB$.
- Ce proprietate au laturile opuse ale unui paralelogram?
- Calculează perimetrul $\mathscr{P}_{ABCD} = 2\,(AB + AD)$.



b) Știind că distanța de la punctul D la dreapta AB este egală cu 8 cm și că dreapta DM intersectează dreapta BC în punctul N, calculează aria triunghiului NCD.

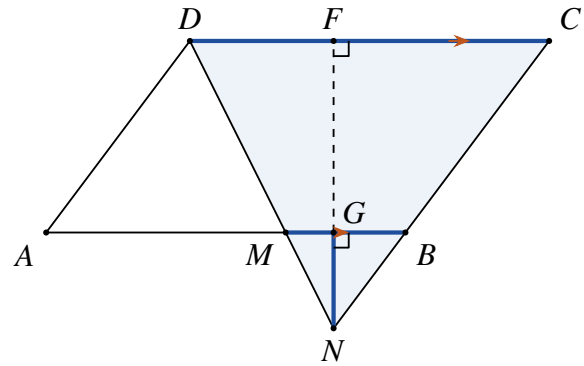
b) Ideea de rezolvare – Metoda 1 (ca în barem)

- Fie $DE \perp AB$, $E \in AB$; $DE = 8$ cm. Calculează aria triunghiului ADM.
- Compară unghiurile DAM și DCN (unghiuri opuse ale paralelogramului).
- Compară unghiurile AMD și CDN ($AB \parallel CD$, secanta DM).
- Ce triunghiuri asemenea obții? Care este raportul de asemănare?
- Raportul ariilor a două triunghiuri asemenea este pătratul raportului de asemănare. Calculează aria triunghiului NCD.



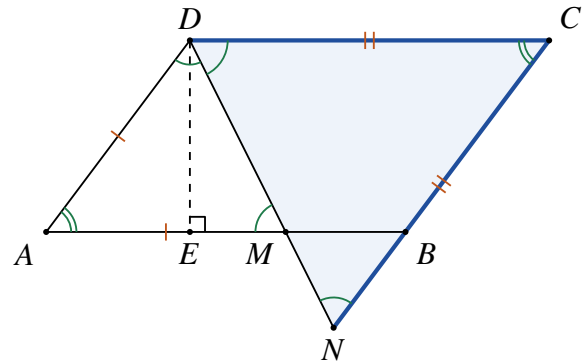
b) Ideea de rezolvare – Metoda 2 (triunghiurile NBM și NCD)

- Calculează $MB = AB - AM$.
- $MB \parallel CD$. Ce triunghiuri asemenea obții? Care este raportul de asemănare?
- Fie $NF \perp CD$, care intersectează AB în G. Ce raport este între înălțimile NG și NF? Folosește $GF = 8$ cm și calculează NF.
- Calculează aria triunghiului NCD, cu baza CD și înălțimea NF.



b) Ideea de rezolvare – Metoda 3 (triunghiul isoscel NCD)

- Triunghiul ADM este isoscel ($AM = AD$). Ce unghiuri congruente are?
- Compară $\sphericalangle CDN$ cu $\sphericalangle AMD$ și $\sphericalangle CND$ cu $\sphericalangle ADM$ (unghiuri alterne interne). Ce fel de triunghi este NCD? Cât este CN?
- Fie $DE \perp AB$. În triunghiul dreptunghic ADE, calculează $\sin(\sphericalangle DAB)$.
- Unghiurile DAB și DCN sunt congruente. Calculează aria triunghiului NCD cu formula cu sinus.



b) Ideea de rezolvare – Metoda 4 (descompunerea în arii)

- Triunghiul NCD este format din trapezul $DMBC$ și triunghiul MNB.
- Calculează MB și aria trapezului $DMBC$ (înălțimea este 8 cm).
- Din $\triangle NBM \sim \triangle NCD$, află raportul de asemănare; deduce BN și NC, apoi distanța NG de la N la AB.
- Calculează aria triunghiului MNB și adună ariile.

