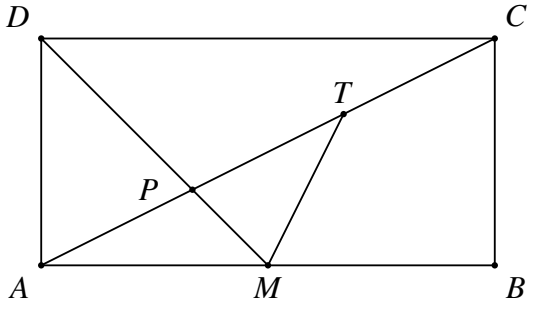
Problema 2 – Geometrie plană
Evaluarea Națională matematică, Sesiunea 2026, Rezervă examen

Enunț

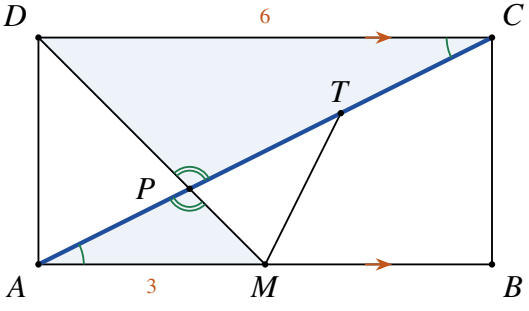
În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$, cu $AB = 6$ cm și $BC = 3$ cm. Punctul M este mijlocul laturii AB, iar dreptele AC și DM se intersectează în punctul P.



a) Arată că $CP = 2 \cdot AP$.

b) Determină lungimea segmentului MT, unde punctul T este mijlocul segmentului CP.

a) Rezolvare completă



Ipoteză: $ABCD$ dreptunghi, $AB = 6$ cm, $BC = 3$ cm; M mijlocul lui AB; $AC \cap DM = \{P\}$.
Concluzie: $CP = 2 \cdot AP$.

Rezolvare detaliată

Pasul 1. Paralelismul dreptelor AM și CD.

Deoarece $ABCD$ este dreptunghi, $AB \parallel CD$ și $CD = AB = 6$ cm. Cum $M \in AB$, rezultă $AM \parallel CD$, iar

$$AM = \frac{AB}{2} = 3 \text{ cm}.$$

Pasul 2. Asemănarea triunghiurilor PAM și PCD.

Triunghiurile PAM și PCD au:

- $\sphericalangle PAM \equiv \sphericalangle PCD$ (unghiuri alterne interne, determinate de paralelele AB și CD cu secanta AC);
- $\sphericalangle APM \equiv \sphericalangle CPD$ (unghiuri opuse la vârf).

Conform cazului de asemănare U.U., $\triangle PAM \sim \triangle PCD$.

Pasul 3. Raportul de asemănare.

Din asemănare rezultă proporționalitatea laturilor omoloage:

$$\frac{AP}{CP} = \frac{MP}{DP} = \frac{AM}{CD} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}. \tag{1}$$

Pasul 4. Concluzia.

Din relația (1) obținem $CP = 2 \cdot AP$. ■