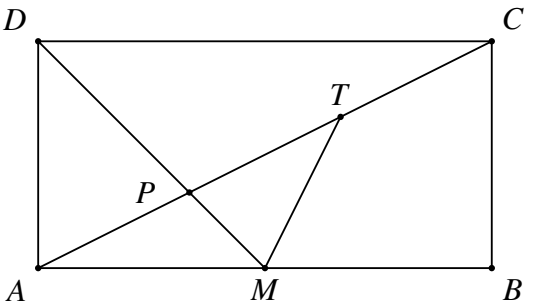
Problema 2 – Geometrie plană
Evaluarea Națională matematică, Sesiunea 2026, Rezervă examen

Enunț

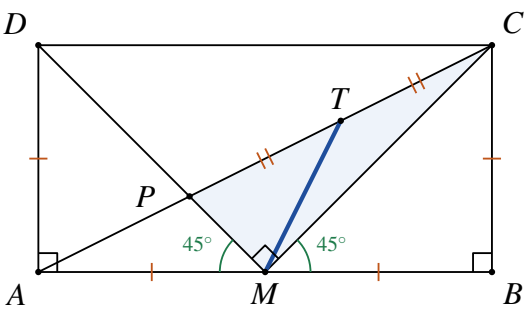
În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$, cu $AB = 6$ cm și $BC = 3$ cm. Punctul M este mijlocul laturii AB, iar dreptele AC și DM se intersectează în punctul P.

a) Arată că $CP = 2 \cdot AP$.

b) Determină lungimea segmentului MT, unde punctul T este mijlocul segmentului CP.



b) Rezolvare completă – Metoda 1 (ca în barem)



Ipoteză: $ABCD$ dreptunghi, $AB = 6$ cm, $BC = 3$ cm; M mijlocul lui AB; $AC \cap DM = \{P\}$; T mijlocul lui CP.
Concluzie: $MT = ?$

Rezolvare detaliată

Pasul 1. Calculăm PC.

În triunghiul ABC, dreptunghic în B, aplicăm teorema lui Pitagora:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 36 + 9 = 45 \Rightarrow AC = 3\sqrt{5} \text{ cm}.$$

Cum $P \in AC$ și, din punctul a), $CP = 2 \cdot AP$, avem $AP + 2 \cdot AP = 3\sqrt{5}$, deci

$$AP = \sqrt{5} \text{ cm}, \qquad PC = 2\sqrt{5} \text{ cm}. \tag{1}$$

Pasul 2. Arătăm că $\sphericalangle DMC = 90°$.

Triunghiul DAM este dreptunghic în A, cu $AD = AM = 3$ cm, deci este dreptunghic isoscel și $\sphericalangle AMD = 45°$. Analog, triunghiul MBC este dreptunghic în B, cu $MB = BC = 3$ cm, deci $\sphericalangle BMC = 45°$. Atunci

$$\sphericalangle DMC = 180° - \sphericalangle AMD - \sphericalangle BMC = 180° - 45° - 45° = 90°.$$

Pasul 3. Triunghiul PMC este dreptunghic.

Cum $P \in DM$, rezultă $\sphericalangle PMC = 90°$, deci triunghiul PMC este dreptunghic în M, cu ipotenuza PC.

Pasul 4. Calculăm MT.

Punctul T este mijlocul ipotenuzei PC, deci MT este mediana corespunzătoare ipotenuzei.

Teoremă. Într-un triunghi dreptunghic, lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei este egală cu jumătate din lungimea ipotenuzei.

Folosind relația (1):

$$MT = \frac{PC}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5} \text{ cm}.$$

Concluzie. $MT = \sqrt{5}$ cm. ■