# Problema 2 – Geometrie plană
# Evaluarea Națională matematică, Sesiunea 2026, Simulare 1

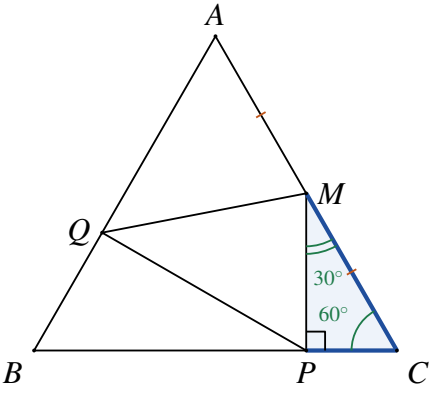
## Enunț

În figura alăturată este reprezentat triunghiul echilateral $ABC$, cu $AB = 8$ cm. Punctul $M$ este mijlocul segmentului $AC$, punctul $P$ este proiecția punctului $M$ pe dreapta $BC$ și punctul $Q$ este proiecția punctului $P$ pe dreapta $AB$.

**a)** Arată că $PC = 2$ cm.

### a) Ideea de rezolvare

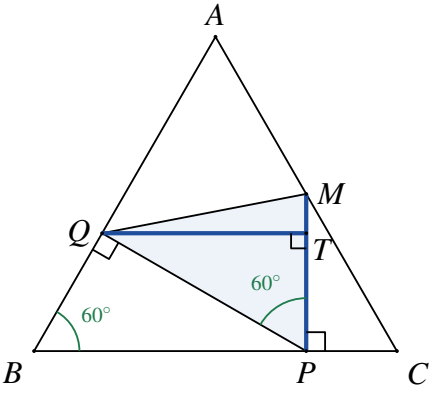
- Cât măsoară unghiurile triunghiului echilateral $ABC$? Calculează $MC$.
- Ce fel de triunghi este $MPC$? Află măsura unghiului $PMC$.
- Ce știi despre cateta opusă unghiului de $30°$? Calculează $PC$.




**b)** Determină aria triunghiului $MPQ$.

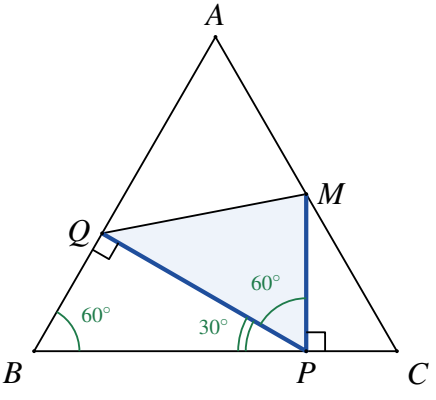
### b) Ideea de rezolvare – Metoda 1 (ca în barem)

- Calculează $MP$ în triunghiul dreptunghic $MPC$.
- Calculează $BP$. În triunghiul dreptunghic $BQP$, cu $\sphericalangle QBP = 60°$, află $PQ$.
- Cât măsoară unghiul $MPQ$?
- Fie $QT \perp MP$, $T \in MP$. Calculează $QT$ în triunghiul dreptunghic $QTP$.
- Calculează aria triunghiului $MPQ$, cu baza $MP$ și înălțimea $QT$.



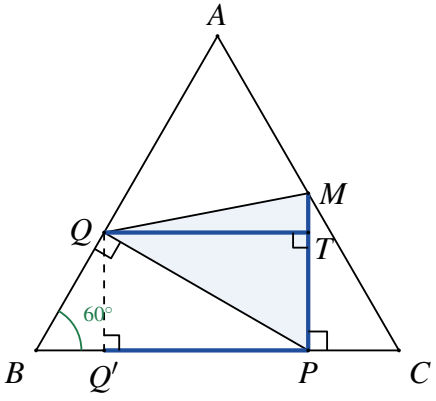

### b) Ideea de rezolvare – Metoda 2 (aria cu sinus)

- Calculează $MP$ în triunghiul dreptunghic $MPC$.
- Calculează $BP$, apoi $PQ$ în triunghiul dreptunghic $BQP$.
- Află măsura unghiului $MPQ$, știind că $\sphericalangle MPB = 90°$ și $\sphericalangle BPQ = 30°$.
- Aplică formula ariei cu sinus: $\mathscr{A} = \dfrac{MP \cdot PQ \cdot \sin(\sphericalangle MPQ)}{2}$.



## b) Ideea de rezolvare – Metoda 3 (proiecția lui $Q$ pe $BC$)

- Calculează $MP$ în triunghiul dreptunghic $MPC$ și $BP = BC - PC$.
- În triunghiul dreptunghic $BQP$, cu $\sphericalangle BPQ = 30°$, calculează $BQ$.
- Fie $Q'$ proiecția lui $Q$ pe $BC$. În triunghiul $BQ'Q$, cu $\sphericalangle BQQ' = 30°$, calculează $BQ'$, apoi $Q'P$.
- Fie $T$ proiecția lui $Q$ pe $MP$. Ce fel de patrulater este $QQ'PT$? Cât este $QT$?
- Calculează aria triunghiului $MPQ$, cu baza $MP$ și înălțimea $QT$.




## b) Ideea de rezolvare – Metoda 4 (metoda ariilor)

- Triunghiul $MPQ$ se obține din triunghiul $ABC$ după ce „tăiem” triunghiurile $AQM$, $BQP$ și $MPC$.
- Calculează aria triunghiului echilateral $ABC$.
- Calculează $MP$, $BP$, $BQ$ și $PQ$, apoi ariile triunghiurilor dreptunghice $MPC$ și $BQP$.
- Calculează $AQ = AB - BQ$ și aria triunghiului $AQM$ cu formula cu sinus.
- Scrie $\mathcal{A}_{MPQ} = \mathcal{A}_{ABC} - \mathcal{A}_{AQM} - \mathcal{A}_{BQP} - \mathcal{A}_{MPC}$.

