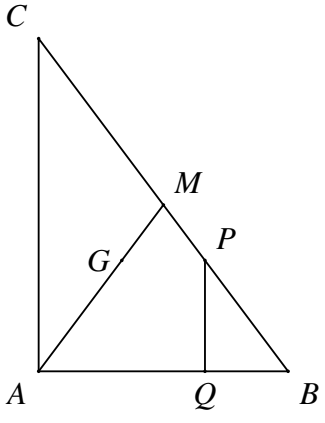
Problema 2 – Geometrie plană
Evaluarea Națională matematică, Sesiunea 2026, Simulare 2

Enunț

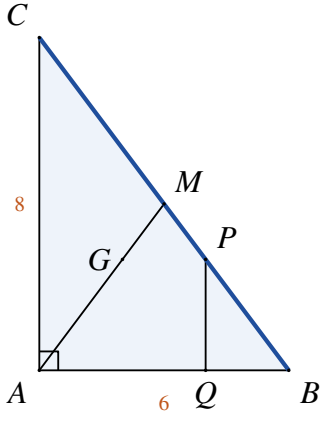
În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB = 6$ cm și $AC = 8$ cm. Punctul Q se află pe latura AB, astfel încât $BQ = 2$ cm. Paralela prin Q la dreapta AC intersectează dreapta BC în punctul P, punctul G este centrul de greutate al triunghiului ABC și $AG \cap BC = \{M\}$.



a) Calculează lungimea segmentului BC.

b) Determină perimetrul patrulaterului $BQGP$.

Rezolvare a)



Ipoteză: $\triangle ABC$, $\sphericalangle BAC = 90^\circ$, $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm.
Concluzie: $BC = ?$

Rezolvare detaliată

Pasul 1. Ipotenuza triunghiului ABC.

Triunghiul ABC este dreptunghic în A, deci ipotenuza este BC, iar catetele sunt $AB = 6$ cm și $AC = 8$ cm.

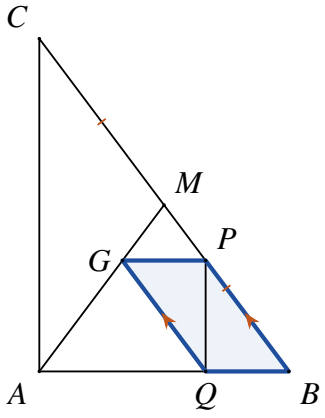
Pasul 2. Teorema lui Pitagora.

Teorema lui Pitagora. Într-un triunghi dreptunghic, pătratul ipotenuzei este egal cu suma pătratelor catetelor.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 36 + 64 = 100 \Rightarrow BC = 10 \text{ cm}.$$

Concluzie. $BC = 10$ cm. ■

Rezolvare b) – Metoda 1 (ca în barem)



Ipoteză: $\triangle ABC$, $\sphericalangle BAC = 90^\circ$, $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm; $Q \in AB$, $BQ = 2$ cm; $QP \parallel AC$, $P \in BC$; G centrul de greutate; $AG \cap BC = \{M\}$.
Concluzie: $\mathscr{P}_{BQGP} = ?$

Rezolvare detaliată

Pasul 1. $QG \parallel BM$**.**

G este centrul de greutate al triunghiului ABC, deci AM este mediană și $\dfrac{AG}{AM} = \dfrac{2}{3}$. Avem $AQ = AB - BQ = 4$ cm, deci $\dfrac{AQ}{AB} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$. În triunghiul ABM, $\dfrac{AQ}{AB} = \dfrac{AG}{AM}$; conform reciprocei teoremei lui Thales, $QG \parallel BM$.

Pasul 2. Calculăm QG**.**

M este mijlocul lui BC, deci $BM = 5$ cm. Conform teoremei fundamentale a asemănării, $\triangle AQG \sim \triangle ABM$, deci

$$QG = \frac{2}{3} \cdot BM = \frac{10}{3} \text{ cm}.$$

Pasul 3. Calculăm BP**.**

Cum $QP \parallel AC$, $\triangle BQP \sim \triangle BAC$, cu raportul $\dfrac{BQ}{BA} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$, deci

$$BP = \frac{1}{3} \cdot BC = \frac{10}{3} \text{ cm}.$$

Pasul 4. Natura patrulaterului și perimetrul.

Patrulaterul $BQGP$ are $QG \parallel BP$ și $QG = BP$, deci este paralelogram. Atunci $GP = BQ = 2$ cm și

$$\mathscr{P}_{BQGP} = 2(BQ + QG) = 2\left(2 + \frac{10}{3}\right) = \frac{32}{3} \text{ cm}.$$

Concluzie. $\mathscr{P}_{BQGP} = \dfrac{32}{3}$ cm. ■