Prof. Micu Elena
Micu Elena

Bisectoarea unui unghi

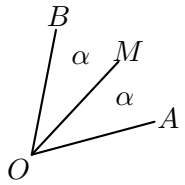
Clasa a VI-a

Material de studiu

1. Definiție

Definiție

Se numește **bisectoare a unui unghi** propriu semidreapta cu originea în vârful unghiului, situată în interiorul unghiului, care formează cu laturile acestuia două unghiuri congruente.



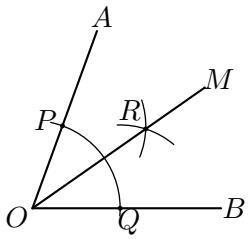
$[OM$ este bisectoarea unghiului $AOB \Leftrightarrow [OM$ este interioară unghiului AOB și $\sphericalangle AOM \equiv \sphericalangle MOB$. Atunci

$$m(\sphericalangle AOM) = m(\sphericalangle MOB) = \frac{m(\sphericalangle AOB)}{2},$$

$$m(\sphericalangle AOB) = 2 \cdot m(\sphericalangle AOM).$$

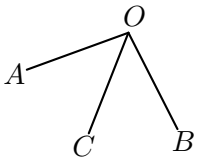
Orice unghi propriu are o singură bisectoare. Bisectoarea unui unghi drept formează două unghiuri de 45°.

2. Construcție

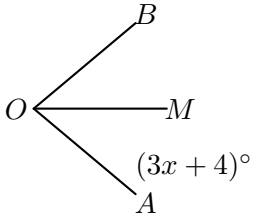


Cu raportorul: construim $[OM$ în interiorul unghiului, cu $m(\sphericalangle AOM) = m(\sphericalangle AOB) : 2$.
Cu rigla și compasul: arcul de centru O taie laturile în P și Q; arcele de centre P și Q, de aceeași rază, se taie în R; $[OR$ este bisectoarea.

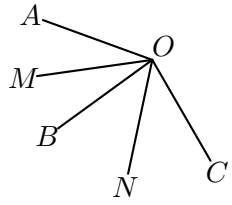
3. Exemple rezolvate



1. $[OC$ este bisectoarea unghiului AOB, $m(\sphericalangle AOB) = 97°$. Aflați $m(\sphericalangle AOC)$.
$m(\sphericalangle AOC) = 97° : 2 = 96°60' : 2 = 48°30'$.



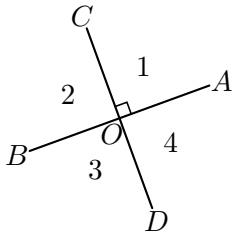
2. $[OM$ este bisectoarea unghiului AOB, $m(\sphericalangle AOM) = (3x + 4)°$, $m(\sphericalangle AOB) = (5x + 20)°$. Aflați x și $m(\sphericalangle AOB)$.
$5x + 20 = 2(3x + 4) \Rightarrow 5x + 20 = 6x + 8 \Rightarrow x = 12$; pentru $x = 12$: $m(\sphericalangle AOB) = 80°$.



3. $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ sunt adiacente, $m(\sphericalangle AOB) = 56°$, $m(\sphericalangle BOC) = 84°$; $[OM$, $[ON$ sunt bisectoarele lor. Aflați $m(\sphericalangle MON)$.
$m(\sphericalangle MOB) = 28°$, $m(\sphericalangle BON) = 42°$, deci
$m(\sphericalangle MON) = 28° + 42° = 70°$.

În general, dacă $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ sunt adiacente, unghiul format de bisectoarele lor are măsura $\dfrac{m(\sphericalangle AOB) + m(\sphericalangle BOC)}{2}$.

4. Drepte perpendiculare



Dacă $AB \cap CD = \{O\}$ și $\sphericalangle 1$ este drept, atunci, din unghiuri adiacente suplementare,
$m(\sphericalangle 2) = m(\sphericalangle 3) = m(\sphericalangle 4) = 180° - 90° = 90°$: **toate cele patru unghiuri sunt drepte**.

Definiție

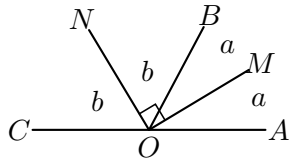
Două drepte concurente sunt **perpendiculare** dacă formează un unghi drept. Scriem $AB \perp CD$; O este **piciorul perpendicularei**.

Pe desen se marchează un singur unghi drept. Analog, $OA \perp OC$ dacă $m(\sphericalangle AOC) = 90°$ (semidrepte sau segmente perpendiculare).

5. Proprietăți

Proprietatea 1

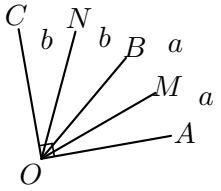
Bisectoarele a două unghiuri adiacente suplementare sunt perpendiculare.



$2a + 2b = 180° \Rightarrow a + b = 90° \Rightarrow OM \perp ON$.

Proprietatea 2

Bisectoarele a două unghiuri adiacente complementare formează un unghi de 45°.



$2a + 2b = 90° \Rightarrow a + b = 45° \Rightarrow$
$m(\sphericalangle MON) = 45°$.