Exercițiul rezolvat 1

Lecția 2. Operații cu numere complexe sub formă algebrică

Material didactic. Sursa: mateexamene.ro

Acest material este pus la dispoziție sub Licența Creative Commons Atribuire – Necomercial – Fără Derivate 4.0 Internațional (CC BY-NC-ND 4.0).

Enunț

Se consideră numerele complexe $z_1 = 2-3i$ și $z_2 = 1+4i$. Calculați:

a) z_1+z_2; c) $z_1\cdot z_2$; e) i^{2026};
b) z_1-z_2; d) z_1^{-1}; f) $i+i^2+i^3+\cdots+i^{2026}$.

Rezolvare

a) Adunăm separat părțile reale și separat părțile imaginare:

$$z_1+z_2=(2+1)+(-3+4)i=3+i.$$

b) Scădem separat părțile reale și separat părțile imaginare:

$$z_1-z_2=(2-1)+(-3-4)i=1-7i.$$

c) Înmulțim termen cu termen și înlocuim $i^2=-1$:

$$z_1z_2=(2-3i)(1+4i)=2+8i-3i-12i^2=2+5i+12=14+5i.$$

d) Pentru $z_1=2-3i$: $a=2$, $b=-3$, $a^2+b^2=4+9=13$. Atunci

$$z_1^{-1}=\frac{2}{13}-\frac{-3}{13}i=\frac{2}{13}+\frac{3}{13}i.$$

e) $2026=4\cdot 506+2$, deci restul împărțirii la 4 este 2 și

$$i^{2026}=i^2=-1.$$

f) Suma are 2026 de termeni. Îi grupăm câte patru, începând cu primul; fiecare grupă are suma 0. Cum $2026=4\cdot 506+2$, avem 506 grupe și rămân ultimii doi termeni:

$$S=i^{2025}+i^{2026}=i+(-1)=-1+i.$$

Tema 1

1. Se consideră $z_1=3+2i$ și $z_2=1-i$. Calculați:
a) z_1+z_2; b) z_1-z_2; c) $z_1\cdot z_2$; d) z_1^{-1}; e) i^{2025}; f) $i+i^2+\cdots+i^{2025}$.

2. Se consideră $z_1=1+2i$ și $z_2=-2+3i$. Calculați:
a) z_1+z_2; b) z_1-z_2; c) $z_1\cdot z_2$; d) z_1^{-1}; e) i^{2027}; f) $i+i^2+\cdots+i^{2027}$.

3. Se consideră $z_1=4-i$ și $z_2=2+5i$. Calculați:
a) z_1+z_2; b) z_1-z_2; c) $z_1\cdot z_2$; d) z_1^{-1}; e) i^{2024}; f) $i+i^2+\cdots+i^{2024}$.

4. Se consideră $z_1=-1+3i$ și $z_2=2-2i$. Calculați:
a) z_1+z_2; b) z_1-z_2; c) $z_1\cdot z_2$; d) z_1^{-1}; e) i^{2030}; f) $i+i^2+\cdots+i^{2030}$.