Exercițiul rezolvat 6

Lecția 2. Operații cu numere complexe sub formă algebrică

Material didactic. Sursa: mateexamene.ro

Acest material este pus la dispoziție sub Licența Creative Commons Atribuire – Necomercial – Fără Derivate 4.0 Internațional (CC BY-NC-ND 4.0).

Enunț

Să se calculeze:

a) $\left(\sqrt{2}-3\sqrt{5}\,i\right)\left(\sqrt{2}+3\sqrt{5}\,i\right)$; b) $(1+i)^4+(1-i)^4$; c) $\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\,i\right)^3$.

Rezolvare

a) Folosim formula $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$, cu $a=\sqrt{2}$ și $b=3\sqrt{5}\,i$:

$$\left(\sqrt{2}\right)^2-\left(3\sqrt{5}\,i\right)^2=2-45\,i^2=2+45=47.$$

b) Calculăm întâi pătratele: $(1+i)^2=1+2i+i^2=2i$ și $(1-i)^2=1-2i+i^2=-2i$. Atunci

$$(1+i)^4+(1-i)^4=(2i)^2+(-2i)^2=4i^2+4i^2=-4-4=-8.$$

c) Notăm $w=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\,i$. Calculăm pătratul:

$$w^2=\frac{1}{4}-2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\,i+\frac{3}{4}\,i^2=\frac{1}{4}-\frac{3}{4}-\frac{\sqrt{3}}{2}\,i=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\,i.$$

Atunci

$$w^3=w^2\cdot w=\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\,i\right)\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\,i\right)=\left(-\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\,i\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1.$$

Tema 6

Să se calculeze:

1. a) $(2-i)(4+i)$; b) $(5+3i)(5-3i)$; c) $(1+i)^2$; d) $(1-i)^3$.

2. a) $(0{,}8+0{,}6i)(0{,}8-0{,}6i)$; b) $(1+i)^2+(1-i)^2$; c) $\left(\sqrt{2}-i\right)\left(\sqrt{2}+i\right)$.

3. a) $(1+i)^4$; b) $(1-i)^4$; c) $(1+i)^6+(1-i)^6$.

4. a) $\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\,i\right)^2$; b) $\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\,i\right)^3$; c) $\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\,i\right)^3+\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\,i\right)^6$.