Prof. Micu Elena

Lecția 5
Șiruri monotone
Analiză matematică – clasa a XI-a
Probleme propuse

Material didactic.

I. Să se studieze monotonia șirurilor:

1) $x_n = \dfrac{n}{2n+1},\ n \geq 0;$

2) $x_n = \dfrac{3n+1}{n+2},\ n \geq 0;$

3) $x_n = \dfrac{5-2n}{n+3},\ n \geq 0;$

4) $x_n = \dfrac{n^2}{n^2+n+1},\ n \geq 0;$

5) $x_n = \dfrac{n}{n^2+4},\ n \geq 1;$

6) $x_n = \sqrt{n+2} - \sqrt{n},\ n \geq 0;$

7) $x_n = \sqrt{n^2+4} - n,\ n \geq 0;$

8) $x_n = \dfrac{3^n}{n!},\ n \geq 1;$

9) $x_n = \dfrac{n^2}{2^n},\ n \geq 1;$

10) $x_n = \dfrac{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots (2n)}{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots (2n+1)},\ n \geq 1;$

11) $x_n = \dfrac{(n+1)!}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n+1)},\ n \geq 0;$

12) $x_n = \dfrac{1}{2n+1} + \dfrac{1}{2n+2} + \cdots + \dfrac{1}{4n},\ n \geq 1.$

II. Să se arate că următoarele șiruri sunt nemonotone:

13) $x_n = 1 - \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{4} + \cdots + \dfrac{(-1)^{n+1}}{n},\ n \geq 1;$

14) $x_n = (-1)^n + \dfrac{1}{n},\ n \geq 1;$

15) $x_n = n + 2 \cdot (-1)^n,\ n \geq 0.$

© 2026 Micu Elena · mateexamene.ro
Licență CC BY-NC-ND 4.0

III. Să se studieze monotonia șirurilor date prin relații de recurență:

16) $x_0 = 0,\ x_{n+1} = \dfrac{x_n + 3}{4},\ n \geq 0;$

17) $x_0 = 4,\ x_{n+1} = \sqrt{x_n + 6},\ n \geq 0;$

18) $x_1 = 3,\ x_{n+1} = \dfrac{1}{2}\left(x_n + \dfrac{4}{x_n}\right),\ n \geq 1;$

19) $x_0 = \dfrac{1}{3},\ x_{n+1} = x_n(2 - x_n),\ n \geq 0;$

20) $x_1 = 1,\ x_{n+1} = x_n + \dfrac{1}{x_n^2},\ n \geq 1;$

21) $x_0 = 1,\ x_{n+1} = \dfrac{x_n}{3 + x_n},\ n \geq 0;$

22) $x_0 = 0,\ x_1 = 1,\ x_{n+1} = 5x_n - 4x_{n-1},\ n \geq 1;$

23) $x_0 = 1,\ x_1 = 0,\ x_{n+1} = \dfrac{x_n + x_{n-1}}{2},\ n \geq 1.$

© 2026 Micu Elena · mateexamene.ro
Licență CC BY-NC-ND 4.0