Prof. Micu Elena

Lecția 7
Proprietățile limitei unui șir de numere reale
Analiză matematică – clasa a XI-a
Probleme propuse

Material didactic.

1) Pentru $x_n = \dfrac{n}{n+2}$, $n \geq 0$, scrieți primii trei termeni ai subșirurilor (x_{2n}), (x_{2n+1}) și (x_{3n}).

2) Arătați că următoarele șiruri nu au limită:
a) $x_n = \sin\dfrac{n\pi}{4}$, $n \geq 0$; b) $x_n = 2^{(-1)^n}$, $n \geq 0$; c) $x_n = \left(1+(-1)^n\right)n$, $n \geq 0$.

3) Folosind subșirurile de rang par și de rang impar, arătați că $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(-1)^n}{n+1} = 0$.

4) Arătați că, dacă subșirurile (x_{4n}), (x_{4n+1}), (x_{4n+2}), (x_{4n+3}) au aceeași limită l, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = l$.

5) Arătați că, dacă subșirurile (x_{2n}), (x_{2n+1}) și (x_{7n}) sunt convergente, atunci și șirul (x_n) este convergent.

6) Arătați că, dacă $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = l$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} x_{n+5} = l$ și $\lim\limits_{n\to\infty} x_{2n+3} = l$.

7) Fie șirul $(c_n)_{n\geq 0}$ cu $c_{2n} = \dfrac{1}{n+1}$ și $c_{2n+1} = 1 + \dfrac{1}{n+1}$. Arătați că (c_n) nu are limită.

8) Șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ este convergent, cu limita l, și $x_n \leq 5$, $(\forall)\, n \geq 10$. Arătați că $l \leq 5$.

9) Șirul $x_n = \dfrac{n-30}{n+4}$, $n \geq 0$, are limita 1. Determinați cel mai mic rang de la care toți termenii sunt pozitivi.

10) Arătați că următoarele șiruri sunt divergente:
a) $x_n = n + (-1)^n$, $n \geq 0$; b) $x_n = 2^n - n$, $n \geq 0$; c) $x_n = (-1)^n\sqrt{n}$, $n \geq 0$.

11) Arătați că șirul $x_n = (-1)^n\left(1 + \dfrac{1}{n+1}\right)$, $n \geq 0$, nu are limită.

12) Arătați că șirul $x_n = n \cdot \cos(n\pi)$, $n \geq 0$, nu are limită.

13) Fie (a_n) și (b_n) două șiruri convergente, cu $\lim a_n = a \neq b = \lim b_n$. Ce se poate spune despre șirul $a_0, b_0, a_1, b_1, a_2, b_2, \ldots$?

14) Arătați că șirul $x_n = 1+2+3+\cdots+n$, $n \geq 1$, este divergent.

15) Dați exemplu de:
a) un șir mărginit care nu are limită; b) un șir cu toți termenii strict pozitivi, care are limita 0.

© 2026 Micu Elena · mateexamene.ro
Licență CC BY-NC-ND 4.0