

Clasa: _____ Data: _____

Clasa a VI-a

Operații cu mulțimi: reuniune, intersecție, diferență

1. Fie mulțimile A , B și C reprezentate cu ajutorul diagramelor din figura alăturată.

a) Enumerați elementele mulțimilor A , B și C .

b) Enumerați elementele mulțimilor:

$$M_1 = \{x \mid x \in A \text{ sau } x \in B\};$$

$$M_2 = \{x \mid x \in A \text{ și } x \in B\};$$

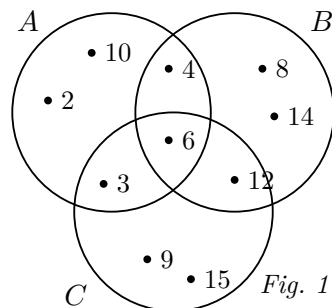
$$M_3 = \{x \mid x \in A \text{ și } x \notin B\};$$

$$M_4 = \{x \mid x \in B \text{ sau } x \in C\};$$

$$M_5 = \{x \mid x \in B \text{ \textbf{ş}i } x \in C\};$$

$$M_6 = \{x \mid x \in A \text{ și } x \in B \text{ și } x \in C\};$$

$$M_7 = \{x \mid x \in A \text{ sau } x \in B \text{ sau } x \in C\}.$$



2. Fie mulțimile $A = \{1, 3, 4, 8\}$ și $B = \{3, 5, 8\}$. Calculați: $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$ și $B \setminus A$.

3. Scrieți două mulțimi disjuncte a căror reuniune să fie mulțimea $\{a, b, c\}$. Determinați toate soluțiile.

4. Dacă $M \cup \{3\} = \{1, 3, 5\}$, determinați toate mulțimile M posibile.

5. Știind că $M \cup \{x, y\} = \{u, v, x, y, z\}$ și $M \cap \{x, y\} = \emptyset$, scrieți mulțimea M , enumerându-i elementele.

6. Fie mulțimea $C = \{2, 5\}$. Scrieți:

- a) două mulțimi a căror intersecție să fie C ; b) trei mulțimi a căror intersecție să fie C .

7. Fie mulțimea $M = \{10, 20, 30\}$. Scrieți:

- două mulțimi a căror reuniune să fie mulțimea M ;
- două mulțimi disjuncte a căror reuniune să fie mulțimea M ;
- două mulțimi a căror diferență să fie mulțimea M .

8. Fie $A = \{1, 4\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ și $C = \{6, 8\}$.

- a) Determinați $B \cap C$ și $A \cup (B \cap C)$. b) Determinați $A \cup B$, $A \cup C$ și $(A \cup B) \cap (A \cup C)$.
c) Comparați rezultatele. Ce observați?

9. Fie $A = \{0, 5\}$, $B = \{0, 2, 4\}$ și $C = \{2, 3, 5\}$.

- a) Determinați $B \cup C$ și $A \cap (B \cup C)$. b) Determinați $A \cap B$, $A \cap C$ și $(A \cap B) \cup (A \cap C)$.
c) Comparați rezultatele. Ce observați?

a) A și B ;

a) $(A \setminus B) \cup C$;

b) $(A \setminus C) \cap B$;

c) $(B \setminus C) \cup (A \setminus \emptyset)$;

d) $A \cup B \cup C$;

e) $A \cap B \cap C$;

24. Determinați mulțimea A care verifică simultan condițiile:

a) $A \cap \{2, 4\} = \{2, 4\};$

b) $A \cup \{2, 4\} = \{2, 4\}.$

25. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ este cifră pară}\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3x - 2 \leq 10\}$ și $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 + 3 \leq 28\}$.

a) Enumerați elementele mulțimilor A , B și C .

b) Calcolati: $A \cup B$, $A \cap B$, $A \cap C$, $A \setminus B$, $B \setminus C$, $A \cup B \cup C$, $A \cap B \cap C$, $B \triangle C$.

c) Reprezentați pe câte o diagramă fiecare dintre operațiile de la punctul b).

26. Determinați cardinalul multimilor: $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3^{100} < x < 3^{101}\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 3^{101}\}$.

27. Determinați mulțimile A și B , știind că sunt îndeplinite simultan condițiile:

a) $A \cap B = \{2\}$; b) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; c) mulțimile $A \setminus B$ și $B \setminus A$ au același număr de elemente.

32. Se consideră mulțimea $M = \{1, 2, 3, \dots, 50\}$.

a) Calculați suma elementelor mulțimii M .

b) Dați un exemplu de două submulțimi disjuncte ale mulțimii M , notate cu A și B , astfel încât suma elementelor mulțimii A să fie egală cu suma elementelor mulțimii B .

c) Arătați că nu există două submulțimi disjuncte N și P ale lui M , cu $N \cup P = M$, astfel încât suma elementelor lui N să fie egală cu suma elementelor lui P .

33. Arătați că, oricum am alege 6 elemente distincte din mulțimea $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$, printre ele există două a căror sumă este egală cu 11.

34. Fie M mulțimea numerelor de forma $\overline{abc}$, unde $a, b, c \in \{1, 2\}$.

a) Câte elemente are multimea M ?

b) Demonstrați că orice două elemente distincte din M dau resturi diferite la împărțirea cu 8.

35. Fie mulțimile $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{y \mid y = x + 1, x \in A\}$ și $C = \{z \mid z = 2x, x \in A\}$. Scrieți mulțimile B și C , enumerându-le elementele, apoi calculați $A \cap C$ și $B \cup C$.

36. Fie mulțimile $A = \{1, 4, 6\}$ și $B = \{2, 4, 7\}$. Calculați: $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$ și $B \setminus A$.

37. Determinați multimile A și B , astfel încât să fie îndeplinite simultan condițiile:

- a) $A \cup B = \{2, 4, 6, 8\}$; b) $A \cap B = \{4, 8\}$; c) $A \setminus B = \{2\}$.

38. Fie multimea $A = \{a, b, c, d\}$. Scrieti submultimile multimii A formate din trei elemente.

39. Scrieti următoarele multimi cu ajutorul unei proprietăți caracteristice a elementelor lor:

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}; \quad B = \{1, 8, 27, 64\}.$$

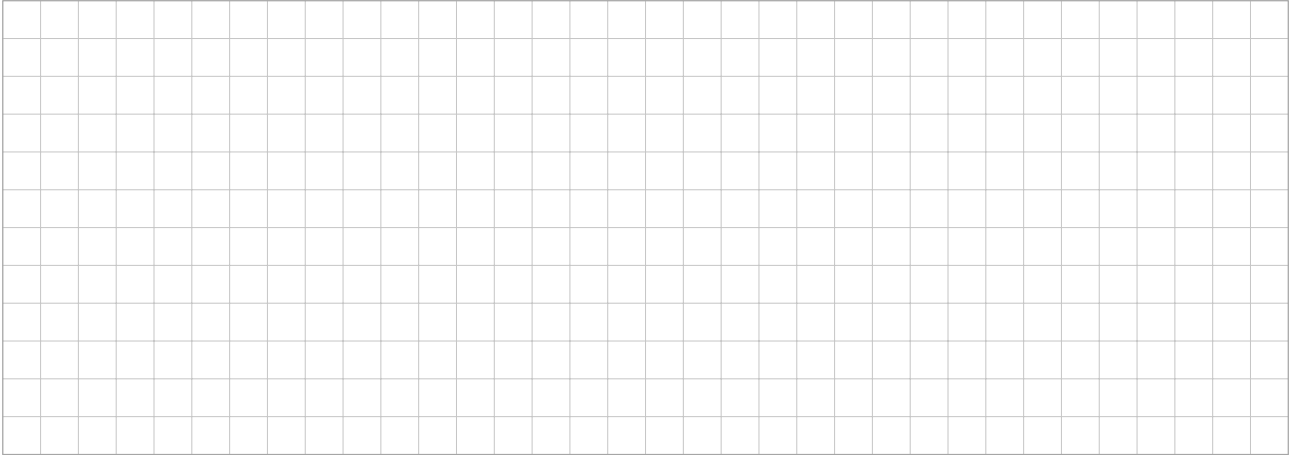
40. Fie mulțimile $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \mid 30 \text{ și } 5 \mid x\}$, $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \mid 9 \text{ sau } x \mid 6\}$ și $C = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 40 \text{ și } 6 \mid x\}$.

- a) Scrieți mulțimile, enumerându-le elementele. b) Precizați cardinalul fiecărei mulțimi.

41. Fie $A = \{3, 5\}$. Scrieți:

- a) două mulțimi a căror intersecție să fie A ; b) trei mulțimi a căror intersecție să fie A .

47. Arătați că, oricum am alege 11 numere naturale, există printre ele două a căror diferență este divizibilă cu 10.



48. La un concurs de matematică participă 90 de elevi, proba constând în găsirea răspunsului la trei întrebări. La sfârșitul concursului se constată că s-au primit, în total, 180 de răspunsuri corecte. Arătați că există 30 de elevi care au răspuns corect la aceleași două întrebări.

