

# Relația de egalitate pe mulțimea numerelor naturale

## 1. Fișă de învățare prin descoperire

### Misiune didactică: detectiv în Țara Balanțelor

Dragă elevule, astăzi vei fi un **detectiv matematic**! Folosind balanțele cu două talere de la stațiile de lucru, vei experimenta și vei descoperi singur legile secrete ale egalității. Completează observațiile la fiecare stație!

#### 1.1. Stația 1: Experimentul oglinzii (reflexivitatea)

1. Pune pe talerul stâng al balanței o greutate marcată cu 7 kg.
2. Ce greutate trebuie să pui pe talerul drept pentru ca balanța să fie în echilibru perfect? .....
3. Completează egalitatea:  $7 = \dots$
4. **Concluzie ghidată:** Orice număr natural este egal cu ..... Aceasta se numește **reflexivitate**.

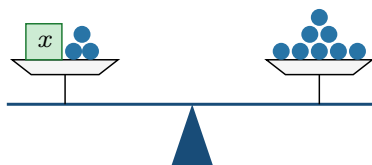
#### 1.2. Stația 2: Schimbul de locuri (simetria)

1. Pe talerul stâng ai un pachet A, iar pe talerul drept ai un pachet B. Balanța este la echilibru ( $A = B$ ).
2. Muți pachetul B pe talerul stâng și pachetul A pe talerul drept. Ce observi? Se schimbă echilibrul? .....
3. **Concluzie ghidată:** Dacă  $A = B$ , atunci și  $B = \dots$ . Această proprietate se numește **simetrie**.

#### 1.3. Stația 3: Lanțul cumpenelor (tranzitivitatea)

1. Balanța 1 arată că o cutie roșie R cântărește cât 2 bile albastre ( $R = 2B$ ).
2. Balanța 2 arată că 2 bile albastre cântăresc cât un cub verde ( $2B = V$ ).
3. Fără să mai pui bilele albastre pe balanță, ce poți spune despre cutia roșie R și cubul verde V? .
4. **Concluzie ghidată:** Dacă  $R = 2B$  și  $2B = V$ , atunci  $R = \dots$ . Această proprietate se numește **tranzitivitate**.

#### 1.4. Stația 4: Magia adunării și scăderii (operarea în ambele părți)



1. Balanța de mai sus reprezintă ecuația:  $x + 3 = 8$ .
2. Pentru a afla cât cântărește cutia x, câte bile trebuie să iei de pe talerul stâng? .....
3. Ca să păstrezi echilibrul balanței, ce trebuie să faci pe talerul drept? .....
4. Scrie operația matematică efectuată în ambele părți:  $x + 3 - \dots = 8 - \dots \Rightarrow x = \dots$
5. **Concluzie ghidată:** Dacă adunăm sau scădem același număr din ambii membri ai unei egalități, egalitatea .....

#### 1.5. Stația 5: Dublarea și împărțirea pachetelor

1. Pe balanță ai 2 cutii identice x pe stânga și 6 bile pe dreapta ( $2x = 6$ ).
2. Dacă împărțim numărul obiectelor de pe ambele talere la 2 (luăm jumătate din fiecare taler), ce rămâne pe balanță? .....
3. Scrie operația:  $2x : 2 = 6 : 2 \Rightarrow x = \dots$
4. **Concluzie ghidată:** Dacă înmulțim sau împărțim ambii membri ai unei egalități cu un număr nenul, egalitatea .....

#### 1.6. Stația 6: Fuziunea a două balanțe (membru cu membru)

1. Balanța A: Adevărat că  $5 = 5$ .
2. Balanța B: Adevărat că  $3 = 3$ .

3. Pune conținutul ambelor talere stângi la un loc, și al celor drepte la un loc.
4. Obții:  $5 + 3 = 5 + 3 \Rightarrow 8 = 8$ . Este balanța în echilibru? .....
5. **Concluzie ghidată:** Două egalități pot fi adunate, scăzute, înmulțite sau împărțite .....

### Jurnalul descoperirilor mele (sinteză finală)

Completat la finalul investigației:

| Nume proprietate                                             | Formulare cu cuvinte               | Formulă matematică                        |
|--------------------------------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------------|
| <b>Reflexivitate</b>                                         | Orice număr este egal cu el însuși | $a = a$                                   |
| <b>Simetrie</b>                                              | Putem inversa membrii egalității   | Dacă $a = b \Rightarrow b = a$            |
| <b>Tranzitivitate</b>                                        | Egalități legate în lanț           | Dacă $a = b$ și $b = c \Rightarrow a = c$ |
| <b>Compatibilitate (+/-)</b>                                 | Adunăm/scădem același număr        | $a = b \Rightarrow a \pm c = b \pm c$     |
| <b>Compatibilitate (<math>\cdot</math> / <math>:</math>)</b> | Înmulțim/împărțim cu același nr.   | $a = b \Rightarrow a \cdot c = b \cdot c$ |

La ce ne ajută relația de egalitate? Cel mai bun răspuns ar fi: rezolvarea ecuațiilor pe mulțimea numerelor naturale. Există un set de ecuații de bază!

## 2. Ecuațiile fundamentale în $\mathbb{N}$

### Propoziție (formele fundamentale ale ecuațiilor în $\mathbb{N}$ )

Fie  $a, b \in \mathbb{N}$  două numere naturale date și  $x \in \mathbb{N}$  o necunoscută. Determinarea valorii lui  $x$  se realizează prin aplicarea operației inverse, respectând condițiile de existență în  $\mathbb{N}$ :

#### 1. Ecuația cu adunare:

$$x + a = b \iff x = b - a \quad (\text{există în } \mathbb{N} \iff b \geq a)$$

#### 2. Ecuațiile cu scădere:

$$x - a = b \iff x = b + a; \quad a - x = b \iff x = a - b \quad (\text{există în } \mathbb{N} \iff a \geq b)$$

#### 3. Ecuația cu înmulțire:

$$a \cdot x = b \iff x = b : a \quad (\text{unde } a \neq 0 \text{ și } b \text{ se împarte exact la } a)$$

#### 4. Ecuațiile cu împărțire:

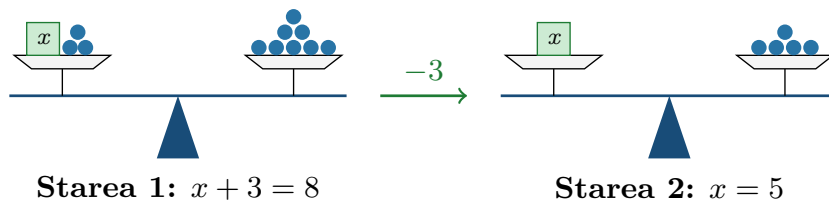
$$x : a = b \iff x = b \cdot a \quad (a \neq 0); \quad a : x = b \iff x = a : b \quad (b \neq 0, a \text{ se împarte exact la } b)$$

## 3. Metoda balanței — reprezentări vizuale

Cea mai intuitivă metodă didactică pentru introducerea ecuațiilor la clasa a V-a este **metoda balanței**.

### 3.1. Ecuația cu adunare: $x + 3 = 8 \Rightarrow x = 5$

Pentru a afla necunoscuta  $x$ , eliminăm (scădem) 3 unități de pe ambele talere:



### 3.2. Ecuația cu înmulțire: $2x = 6 \Rightarrow x = 3$

Împărțim numărul de pachete și greutatea la 2 pe ambele talere:

