Prof. Micu Elena

Micu Elena

Observații și completări la unghiuri complementare și suplementare

Clasa a VI-a

Material de studiu

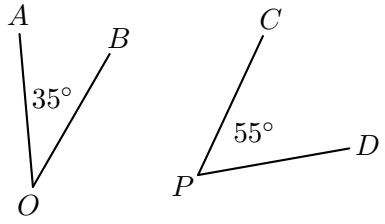
Două unghiuri pot fi „legate" între ele în două moduri: prin **măsurile** lor (suma lor este 90° sau 180°) și prin **poziția** lor în plan (sunt sau nu adiacente). Cele două criterii sunt independente: unghiurile complementare sau suplementare pot fi adiacente sau neadiacente. În acest material reluăm ambele situații și tipurile de probleme în care apar.

1. Unghiuri complementare

Definiție

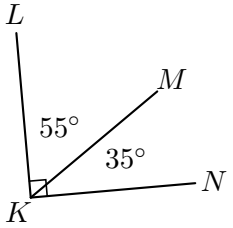
Două unghiuri se numesc **complementare** dacă suma măsurilor lor este 90°. Fiecare dintre ele este **complementul** celuilalt; dacă un unghi are măsura x, cu $0° < x < 90°$, complementul lui are măsura $90° - x$.

Complementare neadiacente



$m(\sphericalangle AOB) + m(\sphericalangle CPD) = 35° + 55° = 90°$

Complementare adiacente



$m(\sphericalangle LKM) + m(\sphericalangle MKN) = m(\sphericalangle LKN) = 90°$

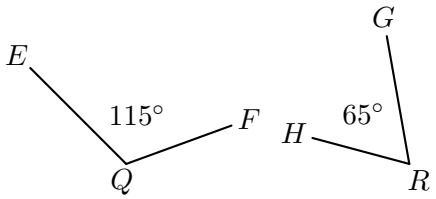
Pe figură, **semnul de unghi drept** (pătrățelul din vârf) arată că unghiul format de laturile necomune are 90°; dacă în interiorul lui se află o semidreaptă, cele două unghiuri adiacente obținute sunt complementare.

2. Unghiuri suplementare

Definiție

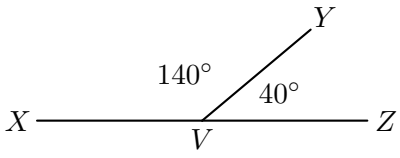
Două unghiuri se numesc **suplementare** dacă suma măsurilor lor este 180°. Fiecare dintre ele este **suplementul** celuilalt; dacă un unghi are măsura x, cu $0° < x < 180°$, suplementul lui are măsura $180° - x$.

Suplementare neadiacente



$m(\sphericalangle EQF) + m(\sphericalangle GRH) = 115° + 65° = 180°$

Adiacente suplementare



$m(\sphericalangle XVY) + m(\sphericalangle YVZ) = m(\sphericalangle XVZ) = 180°$

Unghiuri adiacente suplementare
Două unghiuri adiacente ale căror laturi necomune sunt **semidrepte opuse** se numesc **unghiuri adiacente suplementare**. Ele formează împreună un unghi alungit, deci suma măsurilor lor este 180°.

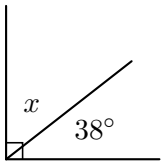
Pe figură le recunoaștem ușor: o **dreaptă** și o **semidreaptă** cu originea pe acea dreaptă determină două unghiuri adiacente suplementare.

3. Cum recunoaștem cele patru situații

Situația	**Ce observăm pe figură**
complementare neadiacente	două unghiuri separate, cu suma măsurilor 90°
complementare adiacente	două unghiuri cu vârf comun și latură comună, iar unghiul format de laturile necomune este drept
suplementare neadiacente	două unghiuri separate, cu suma măsurilor 180°
adiacente suplementare	o dreaptă și o semidreaptă cu originea pe dreaptă

4. Aflarea unui unghi necunoscut de pe figură

Rezolvăm în doi pași: **scriem relația** dintre măsuri (suma este 90° sau 180°), apoi **rezolvăm** ecuația obținută.

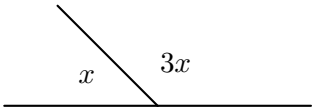


Exemplul 1. Unghiurile din figură sunt complementare adiacente (semnul de unghi drept).

Pasul 1. Scriem relația: $x + 38° = 90°$.

Pasul 2. Rezolvăm: $x = 90° - 38° = 52°$.

5. Măsuri exprimate cu ajutorul unei necunoscute



Exemplul 2. Unghiurile din figură sunt adiacente suplementare, deci

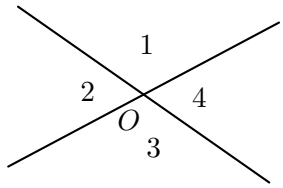
$$x + 3x = 180°, \quad 4x = 180°, \quad x = 45°.$$

Unghiurile au 45° și $3 \cdot 45° = 135°$. *Verificare:* $45° + 135° = 180°$.

Exemplul 3. Două unghiuri complementare adiacente au măsurile $2x + 10°$ și $x + 20°$. Scriem relația $(2x + 10°) + (x + 20°) = 90°$, adică $3x + 30° = 90°$, de unde $3x = 60°$ și $x = 20°$. Unghiurile au 50° și 40°.

Atenție! După ce aflăm necunoscuta, calculăm și măsurile unghiurilor și verificăm că suma lor este 90°, respectiv 180°.

6. Două drepte concurente



Două drepte concurente în punctul O formează patru unghiuri, notate pe figură cu $1, 2, 3, 4$. Oricare două unghiuri **vecine** (de exemplu $\sphericalangle 1$ și $\sphericalangle 2$, sau $\sphericalangle 2$ și $\sphericalangle 3$) sunt adiacente suplementare: au latura comună, iar laturile necomune sunt semidrepte opuse.

Exemplul 4. Dacă $m(\sphericalangle 1) = 110^\circ$, aflați măsurile celorlalte trei unghiuri.

Rezolvare. Folosim de fiecare dată unghiuri adiacente suplementare: $m(\sphericalangle 2) = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$; $m(\sphericalangle 3) = 180^\circ - m(\sphericalangle 2) = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$; $m(\sphericalangle 4) = 180^\circ - m(\sphericalangle 3) = 70^\circ$.

Observație. Am obținut $m(\sphericalangle 3) = m(\sphericalangle 1)$ și $m(\sphericalangle 4) = m(\sphericalangle 2)$: unghiurile $\sphericalangle 1$ și $\sphericalangle 3$ au același suplement, $\sphericalangle 2$, deci au măsuri egale.

7. Probleme cu enunț

Exemplul 5. Punctele A, O, B sunt coliniare, iar C este un punct exterior dreptei AB. Măsura unghiului AOC este cu 40° mai mare decât măsura unghiului COB. Aflați $m(\sphericalangle COB)$.

Rezolvare. Unghiurile AOC și COB sunt adiacente suplementare: $m(\sphericalangle AOC) + m(\sphericalangle COB) = 180^\circ$. Notăm $m(\sphericalangle COB) = x$; atunci $m(\sphericalangle AOC) = x + 40^\circ$ și

$$x + 40^\circ + x = 180^\circ, \quad 2x = 140^\circ, \quad x = 70^\circ.$$

Deci $m(\sphericalangle COB) = 70^\circ$ și $m(\sphericalangle AOC) = 110^\circ$.

Exemplul 6. Unghiurile $\sphericalangle M$ și $\sphericalangle N$ sunt suplementare, iar $m(\sphericalangle N) = 46^\circ$. Unghiurile nu au vârf comun, deci nu sunt adiacente, dar relația dintre măsuri rămâne aceeași: $m(\sphericalangle M) = 180^\circ - 46^\circ = 134^\circ$.

Pe scurt

	complementare	**suplementare**
suma măsurilor	90°	180°
măsura complementului, respectiv a suplementului, unui unghi de măsură x	$90^\circ - x$	$180^\circ - x$
semnul pe figură, când sunt adiacente	semnul de unghi drept	laturile necomune formează o dreaptă