mateexamene.ro
Prof. Micu Elena

Lecția 6. Teorema împărțirii cu rest

Clasa a V-a · Lecție caiet de clasă
Material didactic. Sursa: mateexamene.ro

Materialul este publicat sub licența CC BY-NC-ND 4.0: poate fi folosit și distribuit gratuit, fără modificări, cu menționarea sursei, nu în scop comercial.

Se scriu obligatoriu în caiet: teorema, observațiile și regulile din chenare. Exemplele se scriu după indicațiile profesorului.

Împărțirea cu rest

Avem 23 de caiete și le legăm în pachete de câte 5. Obținem 4 pachete și rămân 3 caiete, care nu mai ajung pentru un pachet. Scriem:

$$23 : 5 = 4 \text{ rest } 3, \qquad \text{adică} \qquad 23 = 5 \cdot 4 + 3, \quad 3 < 5.$$

Nu orice împărțire este exactă. Când nu este exactă, apare un **rest**.

Teorema împărțirii cu rest. Oricare ar fi numerele naturale a și b, cu $b \neq 0$, există numerele naturale c și r, unice, astfel încât

$$a = b \cdot c + r \quad \textbf{și} \quad r < b.$$

a = deîmpărțitul, b = împărțitorul, c = câtul, r = restul.

Observația 1. Restul este întotdeauna mai mic decât împărțitorul. Dacă $r = 0$, împărțirea este exactă.
Observația 2. Resturile posibile la împărțirea la b sunt: $0, 1, 2, \ldots, b-1$.
Observația 3. Dacă $a < b$, atunci câtul este 0 și restul este a.
Observația 4. Proba împărțirii: înmulțim câtul cu împărțitorul și adunăm restul; trebuie să obținem deîmpărțitul.

Exemple.

1) $100 = 6 \cdot 8 + 52$ este o egalitate adevărată, dar $52 > 6$, deci 8 nu este câtul. Corect: $100 = 6 \cdot 16 + 4$, cu $4 < 6$; câtul este 16, restul este 4.
2) $4157 : 13 = 319$ rest 10. Proba: $13 \cdot 319 + 10 = 4147 + 10 = 4157$.
3) $7 : 9 = 0$ rest 7, pentru că $7 = 9 \cdot 0 + 7$, cu $7 < 9$.

Probleme cu teorema împărțirii cu rest

Din egalitatea $a = b \cdot c + r$ putem afla orice termen când îi cunoaștem pe ceilalți. Nu uităm condiția $r < b$.

Exemple.

1) *Aflați deîmpărțitul, dacă împărțitorul este* 7, *câtul* 12 *și restul* 5.
$a = 7 \cdot 12 + 5 = 84 + 5 = 89$.
2) *Aflați numerele naturale care, împărțite la* 5, *dau câtul* 3.
$a = 5 \cdot 3 + r$, cu $r \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$, deci $a \in \{15, 16, 17, 18, 19\}$.
3) *Aflați împărțitorul, dacă* 47 *împărțit la el dă câtul* 5 *și restul* 2.
$47 = b \cdot 5 + 2 \Rightarrow b \cdot 5 = 45 \Rightarrow b = 9$. Verificăm: $2 < 9$ (adevărat).

4) *Aflați restul împărțirii numărului* $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 + 7$ *la* 5.
$2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 + 7 = 5 \cdot 24 + 7$, dar $7 > 5$, deci scriem $7 = 5 + 2$:
$5 \cdot 24 + 5 + 2 = 5 \cdot 25 + 2$, cu $2 < 5$. Restul este **2**.

Restul, fără a face împărțirea

Observația 5. Restul împărțirii unui număr natural:
- la 2, 5 sau 10 este restul împărțirii **ultimei cifre** la acel număr;
- la 4, 25 sau 100 este restul împărțirii **numărului format din ultimele două cifre** la acel număr;
- la 3 sau 9 este restul împărțirii **sumei cifrelor** la acel număr.

Exemplu. Pentru numărul 2347:
- la 5: $7 = 5 \cdot 1 + 2 \Rightarrow$ restul este 2;
- la 4: $47 = 4 \cdot 11 + 3 \Rightarrow$ restul este 3;
- la 9: $2 + 3 + 4 + 7 = 16$, $16 = 9 \cdot 1 + 7 \Rightarrow$ restul este 7.

© 2026 Micu Elena · mateexamene.ro Licență CC BY-NC-ND 4.0