Matematică, clasa a V-a. Operații cu numere naturale

Lecția 7. Ordinea efectuării operațiilor

Operații de ordinul I și II, exerciții fără și cu paranteze

Autor: Prof. Micu Elena

Acest material este publicat sub licența Creative Commons Atribuire – Necomercial – Fără derivate 4.0 Internațional (CC BY-NC-ND 4.0): poate fi distribuit gratuit, cu indicarea autorului și a sursei, fără modificări și fără scop comercial.

1. De ce avem nevoie de o regulă

Calculați $5+3\cdot 4$. Dacă adunăm întâi, obținem $8\cdot 4=32$; dacă înmulțim întâi, obținem $5+12=17$. Un exercițiu nu poate avea două rezultate, deci este nevoie de o regulă comună, pe care o respectă toată lumea. Rezultatul corect este 17.

Ordinul operațiilor

- **Operații de ordinul I**: adunarea și scăderea.
- **Operații de ordinul II**: înmulțirea și împărțirea.

Operațiile de ordinul II sunt „mai puternice”: ele leagă mai strâns numerele între care se află și se efectuează înaintea celor de ordinul I.

2. Exerciții fără paranteze cu operații de același ordin

Regula 1

Dacă un exercițiu fără paranteze conține **numai operații de același ordin** (numai adunări și scăderi sau numai înmulțiri și împărțiri), acestea se efectuează **în ordinea în care sunt scrise**, de la stânga la dreapta.

Numai operații de ordinul I

$84-29+16-31+10=55+16-31+10=71-31+10=40+10=50.$

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{\underbrace{84 \quad -29}_{55} \quad +16}_{71} \quad -31}_{40} \quad +10}_{50}$$

Numai operații de ordinul II

$720:8:3\cdot 5=90:3\cdot 5=30\cdot 5=150.$

Împărțirea cere ordinea scrisă

La adunări și înmulțiri ordinea nu schimbă rezultatul (comutativitate și asociativitate), dar la scăderi și împărțiri contează: $72:6:2=12:2=6$, însă dacă am calcula greșit „de la dreapta”, $72:(6:2)=72:3=24$. De aceea respectăm ordinea scrisă. Numerele pot fi mutate numai împreună cu semnul operației din fața lor: $84-29+16=84+16-29$.

3. Exerciții fără paranteze cu operații de ordine diferite

Regula 2

Dacă un exercițiu fără paranteze conține operații de **ordine diferite**, se efectuează **întâi operațiile de ordinul II** (înmulțiri și împărțiri), în ordinea în care sunt scrise, apoi **operațiile de ordinul I** (adunări și scăderi), tot în ordinea scrisă.

O metodă sigură: subliniem „blocurile” de înmulțiri și împărțiri. Fiecare bloc se înlocuiește cu rezultatul lui; rămâne un exercițiu numai cu adunări și scăderi.

$$40 - \underbrace{\boxed{6\cdot 5}}_{30} + \underbrace{\boxed{48:8\cdot 3}}_{18} - 7 \qquad \begin{matrix} = 40-30+18-7 \\ = 10+18-7 = 21 \end{matrix}$$

Operații amestecate

a) $7+3\cdot 8 = 7+24 = 31$ (nu $10\cdot 8 = 80$).
b) $100-36:4\cdot 3+15 = 100-9\cdot 3+15 = 100-27+15 = 73+15 = 88$.
c) $5\cdot 12-90:6+4\cdot 7:2 = 60-15+28:2 = 60-15+14 = 59$.

Greșeli frecvente

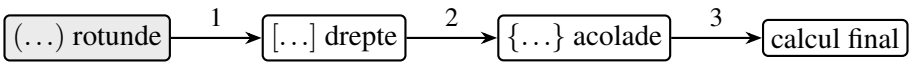
- $20-4\cdot 3$: nu se face $20-4=16$ și apoi $16\cdot 3$; corect $20-12=8$.
- $48:4\cdot 2$: operațiile sunt de același ordin, deci în ordinea scrisă: $12\cdot 2=24$, nu $48:8=6$.
- $6+6:6$: împărțirea întâi: $6+1=7$, nu $12:6=2$.

4. Exerciții cu paranteze

Parantezele schimbă ordinea firească a operațiilor: ce este în paranteză se calculează înainte de orice altceva. Dacă dorim ca în $5+3\cdot 4$ să se adune întâi, scriem $(5+3)\cdot 4 = 8\cdot 4 = 32$.

Regula 3

- Se folosesc **paranteze rotunde** ( ), **paranteze drepte** [ ] și **acolade** { }, așezate una în alta: $\{\ldots[\ldots(\ldots)\ldots]\ldots\}$.
- Se efectuează întâi calculele din parantezele rotunde, apoi din cele drepte, apoi din acolade; **în interiorul fiecărei paranteze** se respectă regulile 1 și 2.
- După ce o paranteză rotundă a fost calculată, ea dispare; parantezele drepte devin rotunde, iar acoladele devin drepte.



Un singur tip de paranteze

$(36+24):12+3\cdot(50-18:2) = 60:12+3\cdot(50-9) = 5+3\cdot 41 = 5+123 = 128$.
Observați că în paranteza a doua s-a respectat regula 2: întâi $18:2$, apoi scăderea.

Trei tipuri de paranteze

$$\begin{aligned} E &= 2\cdot\{75-[4\cdot(16-9)+3\cdot 5]\}+11\\ &= 2\cdot\{75-[4\cdot 7+15]\}+11\\ &= 2\cdot\{75-[28+15]\}+11 = 2\cdot[75-43]+11\\ &= 2\cdot 32+11 = 64+11 = 75. \end{aligned}$$

La fiecare pas am calculat paranteza cea mai „interioară”, iar apoi am înlocuit acoladele cu paranteze drepte.

Paranteze care „se închid” una în alta

$3+10\cdot[4+10\cdot(5+10\cdot 2)] = 3+10\cdot[4+10\cdot 25] = 3+10\cdot 254 = 3+2\,540 = 2\,543$.
Observație: scrierea seamănă cu scrierea în baza 10: rezultatul are cifrele $2,5,4,3$ citite din interior spre exterior.

Simplificăm acolo unde se poate

Proprietățile operațiilor se pot folosi și în exerciții lungi: $17\cdot 38+17\cdot 62-17\cdot 50 = 17\cdot(38+62-50) = 17\cdot 50 = 850$ (factor comun), în loc de trei înmulțiri separate. Rezultatul este același, dar calculul este mai scurt și mai sigur.

5. Valoarea unei expresii cu litere

Înlocuire și factor comun

Știind că $x+y=14$ și $z=9$, calculați $E = x\cdot z+y\cdot z+5\cdot x+5\cdot y$.
Rezolvare. Grupăm și scoatem factor comun: $E = z\cdot(x+y)+5\cdot(x+y) = (x+y)\cdot(z+5) = 14\cdot 14 = 196$.

Sume două câte două

Determinați numerele a, b, c știind că $a+b=50$, $b+c=70$, $a+c=60$.
Rezolvare. Adunând: $2\cdot(a+b+c)=180$, deci $a+b+c=90$; $c=90-50=40$, $a=90-70=20$, $b=90-60=30$.

6. Termenul necunoscut într-un exercițiu cu mai multe operații

Când necunoscuta se află într-un exercițiu cu mai multe operații, o „dezbrăcăm” pas cu pas, începând cu **operația care s-ar face ultima**. Fiecare pas folosește regulile termenului necunoscut (de la adunare, scădere, înmulțire, împărțire).

Mersul invers

Aflați x din $5\cdot[2\cdot(x+7)-6]+4=104$.
Rezolvare. Ultima operație este adunarea cu 4: $5\cdot[\ldots] = 104-4 = 100$. Apoi înmulțirea cu 5: $[2\cdot(x+7)-6] = 100:5 = 20$. Apoi scăderea lui 6: $2\cdot(x+7) = 20+6 = 26$. Apoi înmulțirea cu 2: $x+7 = 26:2 = 13$. În sfârșit, $x = 13-7 = 6$.

$$\boxed{104} \xrightarrow{-4} \boxed{100} \xrightarrow{:5} \boxed{20} \xrightarrow{+6} \boxed{26} \xrightarrow{:2} \boxed{13} \xrightarrow{-7} \boxed{x=6}$$

Verificare: $5\cdot[2\cdot 13-6]+4 = 5\cdot 20+4 = 104$. ✓

 Licență CC BY-NC-ND 4.0

7. Punerea parantezelor

Același șir de numere, rezultate diferite

Cu numerele și semnele din $24-4\cdot 3+2$ putem obține rezultate diferite, după cum punem parantezele:

$$24-4\cdot 3+2=24-12+2=14 \text{ (fără paranteze)};$$
$$(24-4)\cdot 3+2=60+2=62; \qquad 24-4\cdot(3+2)=24-20=4;$$
$$(24-4)\cdot(3+2)=20\cdot 5=100; \qquad 24-(4\cdot 3+2)=24-14=10.$$

Observație: parantezele nu schimbă numerele, ci **ordinea** operațiilor – de aici rezultatele diferite.

Rezumat

1. Fără paranteze, același ordin: **de la stânga la dreapta**.
2. Fără paranteze, ordine diferite: **întâi** $\cdot$ **și** $:$**, apoi** $+$ **și** $-$.
3. Cu paranteze: **rotunde** $\rightarrow$ **drepte** $\rightarrow$ **acolade**, aplicând în fiecare regulile 1 și 2.

 Licență CC BY-NC-ND 4.0