Fișă de aplicații

Lecția 3. Împărțirea produselor de puteri

Nivelul I — Înțelegere

1. Calculați: a) $(2^9 \cdot 7^4) : 2^5$; b) $(5^{12} \cdot 3^8) : 3^6$; c) $(11^7 \cdot 13^5) : 13^5$; d) $(2^{10} \cdot 3^4 \cdot 5^6) : 5^3$.
2. Calculați: a) $(3^9 \cdot 7^5) : (3^6 \cdot 7^3)$; b) $(2^{15} \cdot 5^{10}) : (2^{12} \cdot 5^9)$; c) $(13^{20} \cdot 17^{11}) : (13^{19} \cdot 17^{10})$; d) $(10^8 \cdot 3^5) : (10^6 \cdot 3^5)$.
3. Stabiliți dacă afirmațiile sunt adevărate (A) sau false (F): a) $(2^5 \cdot 3^4) : (2^2 \cdot 3^3) = 2^3 \cdot 3$; b) $(5^6 \cdot 7^2) : 5^6 = 7^2$; c) $(3^{10} \cdot 2^7) : (3^5 \cdot 2^7) = 3^2$; d) $(2^6 \cdot 5^6) : (2^3 \cdot 5^3) = 10^3$; e) $(7^9 \cdot 2^4) : (7^3 \cdot 2^2) = 7^3 \cdot 2^2$.
4. Scrieți ca produs de puteri ale lui 2 și 3: a) 6^5; b) 12^4; c) 18^3; d) 24^2; e) 36^5; f) 72^2.

Nivelul II — Aplicare

5. Calculați: a) $(2^{30} \cdot 3^{18} \cdot 5^{12}) : (2^{27} \cdot 3^{16})$; b) $(2^{15} \cdot 3^{11} \cdot 7^9) : (2^{12} \cdot 3^9 \cdot 7^8)$; c) $(5^{20} \cdot 7^{14} \cdot 11^6) : (5^{18} \cdot 7^{14} \cdot 11^5)$.
6. Calculați: a) $12^8 : (2^{14} \cdot 3^6)$; b) $18^{10} : (2^9 \cdot 3^{19})$; c) $15^7 : (3^6 \cdot 5^5)$; d) $20^5 : (2^9 \cdot 5^4)$.
7. Calculați: a) $(6^9 \cdot 10^4) : (2^{12} \cdot 3^8 \cdot 5^3)$; b) $(12^5 \cdot 15^3) : (2^8 \cdot 3^7 \cdot 5^3)$.
8. Calculați $(4^7 \cdot 27^5) : (8^4 \cdot 9^6)$.
9. Calculați $(10^9 \cdot 6^5) : (4^4 \cdot 15^5 \cdot 5^2)$.
10. Calculați, unde $n \in \mathbb{N}$: a) $(2^{n+3} \cdot 3^{n+1}) : (2^n \cdot 3^n)$; b) $(5^{2n+1} \cdot 7^{n+2}) : (25^n \cdot 7^n)$; c) $(2^{n+4} \cdot 5^{n+2}) : 10^{n+1}$; d) $6^{2n+1} : (4^n \cdot 9^n)$.
11. Calculați $(2^5 \cdot 3^4)^3 : (2^{13} \cdot 3^{10})$.
12. Calculați $(7^6 \cdot 5^3 \cdot 3^7)^2 : (3^2 \cdot 7^2)^5 : 5^{2^2}$.

Nivelul III — Aprofundare

13. Aflați numărul natural x: a) $(2^x \cdot 3^9) : (2^5 \cdot 3^7) = 2^4 \cdot 3^2$; b) $(5^{12} \cdot 7^x) : (5^{10} \cdot 7^3) = 25 \cdot 49$; c) $(3^{2x} \cdot 2^7) : (9^4 \cdot 2^5) = 81 \cdot 4$.
14. Arătați că numărul $(2^{n+5} \cdot 3^{n+2}) : 6^{n+1}$ nu depinde de numărul natural n.
15. Cu câte zerouri se termină rezultatul împărțirii $(2^{20} \cdot 5^{18} \cdot 3^4) : (2^5 \cdot 5^3 \cdot 3^4)$?
16. Fie $a = 2^{40} \cdot 3^{25} \cdot 5^{10}$ și $b = 2^{38} \cdot 3^{25} \cdot 5^9$. Calculați $a : b$. Se poate efectua exact împărțirea $b : a$? Justificați.
17. Calculați $(24^{10} \cdot 45^6) : (18^{11} \cdot 10^6)$.

Probleme

18. Într-o fabrică s-au produs 6^8 sticle, care se ambalează în lăzi de câte $2^5 \cdot 3^6$ sticle. Câte lăzi se umplu?
19. O bibliotecă are $2^{10} \cdot 5^4$ cărți, așezate în mod egal pe $2^6 \cdot 5^2$ rafturi. Câte cărți sunt pe fiecare raft?