*Prof. Micu Elena*
Micu Elena

# Unghiuri adiacente

**Clasa a VI-a**

**Material de studiu**

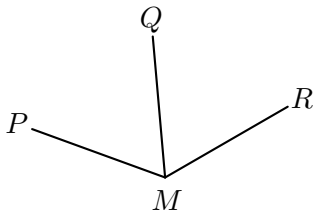
Deschideți o carte și priviți două pagini alăturate: ele au în comun cotorul cărții și se află de o parte și de alta a lui, fără să se acopere una pe alta. Sau gândiți-vă la două felii de tort tăiate una lângă alta: au același vârf, în centrul tortului, și o tăietură comună. Așa arată și **unghiurile adiacente** — două unghiuri „lipite" de-a lungul unei laturi comune, fără să se suprapună.

## 1. Definiția unghiurilor adiacente

**Definiție**

Două unghiuri proprii (nenule și nealungite) se numesc **unghiuri adiacente** dacă îndeplinesc simultan condițiile:

1) au același vârf;
2) au o latură comună;
3) celelalte două laturi se află în semiplane diferite față de dreapta care conține latura comună.




Unghiurile $\sphericalangle PMQ$ și $\sphericalangle QMR$ din figura alăturată sunt adiacente:

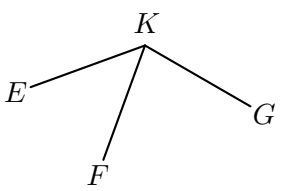
- vârful comun este punctul $M$;
- latura comună este semidreapta $[MQ$;
- punctele $P$ și $R$ se află de o parte și de alta a dreptei $MQ$.

**Observație.** Cuvântul „adiacent" provine din latină și înseamnă „alăturat, învecinat". Un unghi alungit nu poate fi adiacent cu niciun alt unghi.

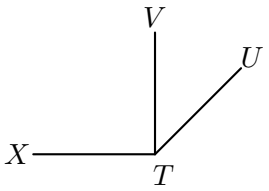
## 2. Cum recunoaștem unghiurile adiacente

Pentru a decide dacă două unghiuri sunt adiacente, verificăm **pe rând** cele trei condiții. Dacă una singură nu este îndeplinită, unghiurile **nu** sunt adiacente.

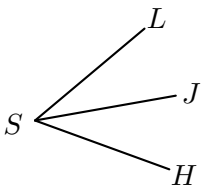
**Perechi de unghiuri adiacente:**




$\sphericalangle EKF$ și $\sphericalangle FKG$

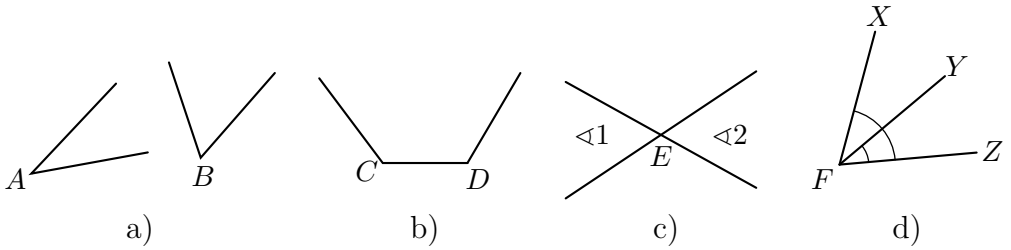



$\sphericalangle UTV$ și $\sphericalangle VTX$




$\sphericalangle HSJ$ și $\sphericalangle JSL$

**Perechi de unghiuri care nu sunt adiacente:**




a) b) c) d)

- a) Unghiurile cu vârfurile $A$ și $B$ nu au nici vârf comun, nici latură comună (condițiile 1 și 2 nu sunt îndeplinite).
- b) Unghiurile cu vârfurile $C$ și $D$ au laturile $[CD$ și $[DC$ pe aceeași dreaptă (ele au în comun segmentul $CD$), dar nu au același vârf (condiția 1 nu este îndeplinită).
- c) Unghiurile $\sphericalangle 1$ și $\sphericalangle 2$ au același vârf $E$, dar nu au o latură comună (condiția 2 nu este îndeplinită); ele se numesc **unghiuri opuse la vârf**.
- d) Unghiurile $\sphericalangle XFZ$ și $\sphericalangle YFZ$ au vârful comun $F$ și latura comună $[FZ$, dar laturile $[FX$ și $[FY$ se află în **același** semiplan față de dreapta $FZ$; unghiurile se suprapun parțial (condiția 3 nu este îndeplinită).

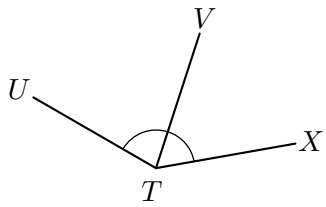
## 3. Măsura unghiului format de două unghiuri adiacente

**Proprietate**

Dacă unghiurile $\sphericalangle UTV$ și $\sphericalangle VTX$ sunt adiacente, atunci latura comună $[TV$ se află în interiorul unghiului $\sphericalangle UTX$ și

$$m(\sphericalangle UTX) = m(\sphericalangle UTV) + m(\sphericalangle VTX).$$

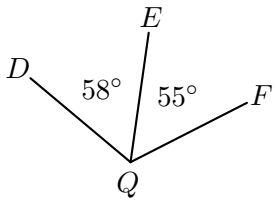
Unghiul $\sphericalangle UTX$ se numește **unghiul sumă** al celor două unghiuri adiacente.



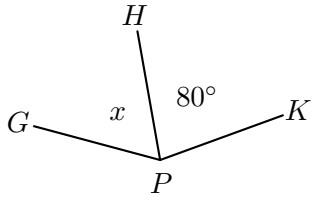

Din relația de mai sus rezultă că măsura fiecăruia dintre unghiurile adiacente se poate afla prin scădere:

$$m(\sphericalangle UTV) = m(\sphericalangle UTX) - m(\sphericalangle VTX),$$

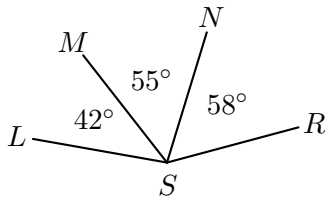
$$m(\sphericalangle VTX) = m(\sphericalangle UTX) - m(\sphericalangle UTV).$$




**Exemplul 1 (aflarea unghiului sumă).** Știind că $m(\sphericalangle DQE) = 58°$ și $m(\sphericalangle EQF) = 55°$, aflați $m(\sphericalangle DQF)$.
*Rezolvare.* Unghiurile $DQE$ și $EQF$ au vârful comun $Q$, latura comună $[QE$, iar $D$ și $F$ sunt de o parte și de alta a dreptei $QE$; deci sunt adiacente și $m(\sphericalangle DQF) = 58° + 55° = 113°$.

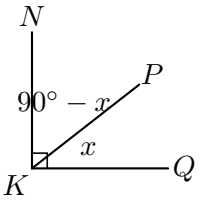



**Exemplul 2 (aflarea unuia dintre unghiuri).** Știind că $m(\sphericalangle GPK) = 145°$ și $m(\sphericalangle HPK) = 80°$, aflați $m(\sphericalangle GPH)$.
*Rezolvare.* Unghiurile $GPH$ și $HPK$ sunt adiacente, deci $m(\sphericalangle GPH) + 80° = 145°$, de unde $m(\sphericalangle GPH) = 145° - 80° = 65°$.

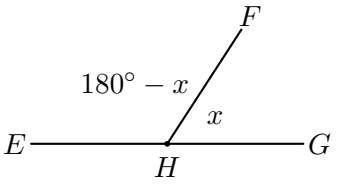



**Exemplul 3 (mai multe unghiuri adiacente).** Semidreptele $[SM$ și $[SN$ se află în interiorul unghiului $LSR$, iar $m(\sphericalangle LSM) = 42°$, $m(\sphericalangle MSN) = 55°$, $m(\sphericalangle NSR) = 58°$. Aflați $m(\sphericalangle LSR)$.
*Rezolvare.* Unghiurile se succed, fiecare fiind adiacent cu următorul, deci $m(\sphericalangle LSR) = 42° + 55° + 58° = 155°$.

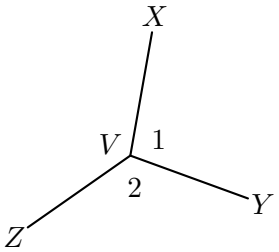
## 4. Cazuri particulare




**Unghiul sumă este drept.** Dacă $m(\sphericalangle NKQ) = 90°$, unghiurile adiacente $\sphericalangle NKP$ și $\sphericalangle PKQ$ se numesc **adiacente complementare**: suma măsurilor lor este 90°, iar fiecare este **complementul** celuilalt.
*Exemplu:* dacă $m(\sphericalangle PKQ) = 38°$, atunci $m(\sphericalangle NKP) = 90° - 38° = 52°$.




**Unghiul sumă este alungit.** Dacă $[HE$ și $[HG$ sunt semidrepte opuse, unghiurile adiacente $\sphericalangle EHF$ și $\sphericalangle FHG$ se numesc **adiacente suplementare**: suma măsurilor lor este 180°, iar fiecare este **suplementul** celuilalt.
*Exemplu:* dacă $m(\sphericalangle FHG) = 57°$, atunci $m(\sphericalangle EHF) = 180° - 57° = 123°$.



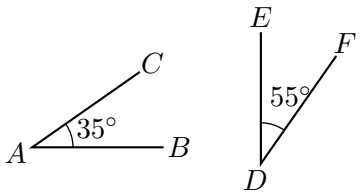

**Suma depășește** 180°**.** Măsura unui unghi nu poate depăși 180°. Dacă două unghiuri adiacente au suma măsurilor mai mare de 180° (de exemplu, $m(\sphericalangle XVY) = 100°$ și $m(\sphericalangle YVZ) = 125°$), atunci rezultatul 225° nu este măsura unui unghi: nu există un unghi sumă.

## 5. Observație: unghiuri complementare și suplementare neadiacente

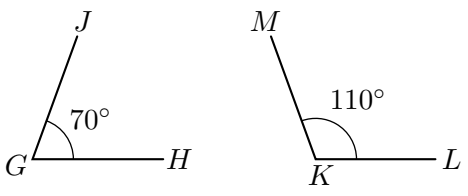
Noțiunile de unghiuri complementare și unghiuri suplementare **nu** se referă numai la unghiuri adiacente. Ele depind doar de **suma măsurilor** celor două unghiuri, nu și de poziția lor în plan.

**Definiții**

Două unghiuri se numesc **complementare** dacă suma măsurilor lor este egală cu 90°.
Două unghiuri se numesc **suplementare** dacă suma măsurilor lor este egală cu 180°.
Dacă unghiurile $\sphericalangle X$ și $\sphericalangle Y$ sunt complementare, spunem că $\sphericalangle Y$ este **complementul** unghiului $\sphericalangle X$ (și invers); dacă sunt suplementare, spunem că $\sphericalangle Y$ este **suplementul** unghiului $\sphericalangle X$ (și invers).




unghiuri complementare neadiacente




unghiuri suplementare neadiacente

În prima figură, $m(\sphericalangle BAC) + m(\sphericalangle EDF) = 35° + 55° = 90°$, deci unghiurile $BAC$ și $EDF$ sunt complementare, deși nu au nici vârf comun, nici latură comună. În a doua figură, $m(\sphericalangle HGJ) + m(\sphericalangle LKM) = 70° + 110° = 180°$, deci unghiurile $HGJ$ și $LKM$ sunt suplementare, fără a fi adiacente.

**Complementul și suplementul unui unghi.** Pentru un unghi cu măsura $x$:

- **complementul** lui are măsura $90° - x$ și există numai dacă unghiul este ascuțit ($0° < x < 90°$);
- **suplementul** lui are măsura $180° - x$ și există pentru orice unghi propriu ($0° < x < 180°$).

*Exemplu:* complementul unui unghi de $26°$ are $90° - 26° = 64°$, iar suplementul lui are $180° - 26° = 154°$; un unghi de $118°$ nu are complement, dar are suplement de $62°$.

**Care este deosebirea?**

| **Unghiuri complementare (suplementare)** | **Unghiuri adiacente complementare (suplementare)** |
|---|---|
| Condiția este numai una: suma măsurilor este $90°$ (respectiv $180°$). | Pe lângă condiția privind suma măsurilor, unghiurile trebuie să fie și adiacente: vârf comun, latură comună, celelalte laturi de o parte și de alta a laturii comune. |
| Unghiurile pot fi așezate oriunde în plan, pot avea vârfuri diferite. | Unghiurile sunt „lipite”: împreună formează un unghi drept (respectiv un unghi alungit). |
| Exemplu: unghiurile de $35°$ și $55°$ din prima figură de mai sus. | Exemplu: $\sphericalangle NKP$ și $\sphericalangle PKQ$ din paragraful 4. |

Așadar, **orice pereche de unghiuri adiacente complementare (suplementare) este o pereche de unghiuri complementare (suplementare)**, dar reciproca nu este adevărată: două unghiuri complementare (suplementare) nu sunt neapărat adiacente.