Prof. Micu Elena
Micu Elena

Unghiuri complementare. Unghiuri suplementare

Clasa a V-a

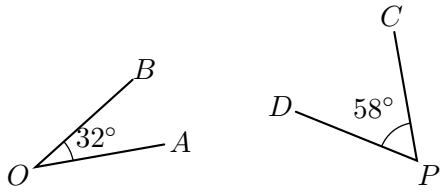
Material de studiu

Cuvântul *complementar* provine din limba latină (*complementum* = „ceea ce completează"), iar cuvântul *suplementar* provine tot din latină (*supplementum* = „adaos"). Două unghiuri complementare „se completează" până la un unghi drept, iar două unghiuri suplementare „se completează" până la un unghi alungit. Așa cum vom vedea, aceste noțiuni depind **numai de măsurile** unghiurilor, nu și de felul în care unghiurile sunt așezate în plan.

1. Unghiuri complementare

Definiție

Două unghiuri se numesc **unghiuri complementare** dacă suma măsurilor lor este egală cu 90°.



Exemplu. Unghiurile $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle CPD$ din figură sunt complementare, deoarece

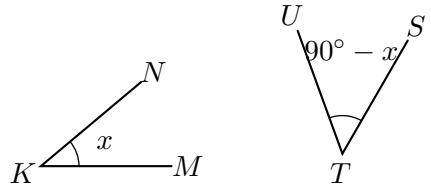
$$m(\sphericalangle AOB) + m(\sphericalangle CPD) = 32^\circ + 58^\circ = 90^\circ.$$

Cele două unghiuri au vârfuri diferite; acest lucru nu contează.

Observație. Ambele unghiuri dintr-o pereche de unghiuri complementare sunt **ascuțite**: dacă suma a două numere pozitive este 90, fiecare dintre ele este mai mic decât 90.

2. Complementul unui unghi

Dacă unghiurile $\sphericalangle X$ și $\sphericalangle Y$ sunt complementare, spunem că $\sphericalangle Y$ este **complementul** unghiului $\sphericalangle X$ (și, la fel, $\sphericalangle X$ este complementul unghiului $\sphericalangle Y$).



Rețineți!

Dacă un unghi are măsura x, cu $0^\circ < x < 90^\circ$, atunci complementul lui are măsura

$$90^\circ - x.$$

Atenție! Numai unghiurile ascuțite au complement. Un unghi drept, un unghi obtuz sau un unghi alungit **nu** are complement.

Exemplul 1. Aflați măsura complementului unui unghi de $54^\circ 18'$.

Pasul 1. Complementul are măsura $90^\circ - 54^\circ 18'$.

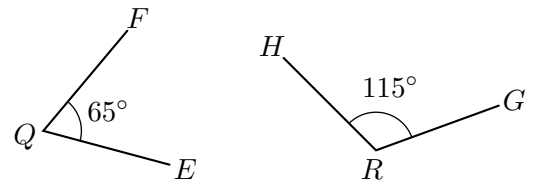
Pasul 2. Scriem $90^\circ = 89^\circ 60'$ și scădem: $89^\circ 60' - 54^\circ 18' = 35^\circ 42'$.

Verificare: $54^\circ 18' + 35^\circ 42' = 89^\circ 60' = 90^\circ$.

3. Unghiuri suplementare

Definiție

Două unghiuri se numesc **unghiuri suplementare** dacă suma măsurilor lor este egală cu $180°$.

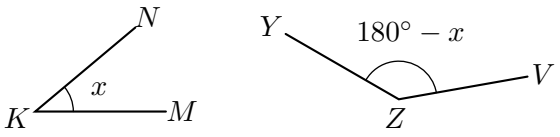


Exemplu. Unghiurile $\sphericalangle EQF$ și $\sphericalangle GRH$ din figură sunt suplementare, deoarece

$$m(\sphericalangle EQF)+m(\sphericalangle GRH) = 65°+115° = 180°.$$

4. Suplementul unui unghi

Dacă unghiurile $\sphericalangle X$ și $\sphericalangle Y$ sunt suplementare, spunem că $\sphericalangle Y$ este **suplementul** unghiului $\sphericalangle X$ (și invers).



Rețineți!

Dacă un unghi are măsura x, cu $0° < x < 180°$, atunci suplementul lui are măsura

$$180° - x.$$

Observații.

- Orice unghi propriu (nenul și nealungit) are suplement.
- Suplementul unui unghi ascuțit este un unghi obtuz, iar suplementul unui unghi obtuz este un unghi ascuțit.
- Suplementul unui unghi drept este tot un unghi drept: $180° - 90° = 90°$.

Exemplul 2. Aflați măsura suplementului unui unghi de $125°36'$.

Pasul 1. Suplementul are măsura $180° - 125°36'$.

Pasul 2. Scriem $180° = 179°60'$ și scădem: $179°60' - 125°36' = 54°24'$.

5. Proprietăți

Proprietăți

Proprietatea 1. Dacă două unghiuri au același complement, atunci ele au măsuri egale.

Justificare. Dacă $\sphericalangle A$ și $\sphericalangle B$ au același complement, cu măsura y, atunci $m(\sphericalangle A) = 90° - y$ și $m(\sphericalangle B) = 90° - y$, deci $m(\sphericalangle A) = m(\sphericalangle B)$.

Proprietatea 2. Dacă două unghiuri au același suplement, atunci ele au măsuri egale. (Justificarea este asemănătoare, cu $180°$ în loc de $90°$.)

Proprietatea 3. Pentru orice unghi ascuțit, diferența dintre măsura suplementului și măsura complementului său este $90°$.

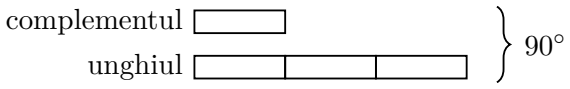
Justificare. Dacă unghiul are măsura x, atunci $(180° - x) - (90° - x) = 90°$. De exemplu, pentru $x = 40°$: suplementul are $140°$, complementul are $50°$, iar $140° - 50° = 90°$.

6. Probleme rezolvate

Exemplul 3. Măsura unui unghi este de 3 ori mai mare decât măsura complementului său. Aflați măsura unghiului.

Rezolvare (metoda figurativă).

Pasul 1. Reprezentăm complementul printr-un segment, iar unghiul prin 3 segmente egale cu acesta:



Pasul 2. Împreună, unghiul și complementul său au $90°$ și sunt reprezentate prin $1 + 3 = 4$ segmente egale.

Pasul 3. Un segment reprezintă $90° : 4 = 22°30'$, deci complementul are $22°30'$.

Pasul 4. Unghiul are $3 \cdot 22°30' = 66°90' = 67°30'$.

Verificare: $67°30' + 22°30' = 90°$ și $67°30' = 3 \cdot 22°30'$.

Exemplul 4. Suplementul unui unghi are măsura de 5 ori mai mare decât măsura unghiului. Aflați măsura unghiului și a suplementului său.

Rezolvare.

Pasul 1. Unghiul reprezintă o parte, iar suplementul 5 părți egale; împreună, 6 părți, care au $180°$.

Pasul 2. O parte are $180° : 6 = 30°$, deci unghiul are $30°$.

Pasul 3. Suplementul are $5 \cdot 30° = 150°$. *Verificare:* $30° + 150° = 180°$.

Pe scurt

	complementare	**suplementare**
suma măsurilor celor două unghiuri	$90°$	$180°$
măsura complementului, respectiv a suplementului, unui unghi de măsură x	$90° - x$	$180° - x$
unghiurile care au complement, respectiv suplement	numai cele ascuțite	toate unghiurile proprii