Prof. Micu Elena
Micu Elena

Unghiuri formate în jurul unui punct

Clasa a VI-a

Material de studiu

Material didactic. Sursa: mateexamene.ro

Acest material este publicat sub licența Creative Commons Atribuire – Necomercial – Fără derivate 4.0 Internațional (CC BY-NC-ND 4.0): poate fi distribuit gratuit, cu indicarea autorului și a sursei, fără modificări și fără scop comercial.

1. Ce sunt unghiurile în jurul unui punct

În figura alăturată, dreptele MN și AB sunt concurente în punctul O. Punctele A, O, B sunt coliniare, deci

$$\sphericalangle AOM + \sphericalangle MOB = 180^\circ \quad \text{și} \quad \sphericalangle AON + \sphericalangle NOB = 180^\circ.$$

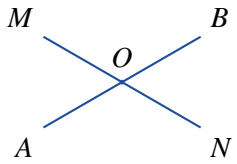


Fig. 1

Adunând cele două relații obținem

$$\sphericalangle AOM + \sphericalangle MOB + \sphericalangle BON + \sphericalangle NOA = 360^\circ.$$

Cele patru unghiuri au același vârf O, iar interioarele lor nu au puncte comune. Ele „acoperă” tot planul din jurul punctului O.

Definiție

Trei sau mai multe unghiuri sunt **unghiuri în jurul unui punct** O dacă:

- toate au același vârf, punctul O;
- orice punct al planului care nu se află pe laturile unghiurilor aparține interiorului unui singur unghi.

Exemplu. Trei unghiuri congruente, de câte 120°, cu vârful comun O și ale căror interioare nu au puncte comune: $\sphericalangle AOB + \sphericalangle BOC + \sphericalangle COA = 360^\circ$. Unghiurile AOB, BOC, COA sunt unghiuri în jurul punctului O (fig. 2).

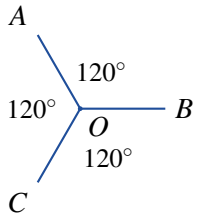


Fig. 2

2. Suma măsurilor unghiurilor din jurul unui punct

Reținem

Suma măsurilor unghiurilor formate în jurul unui punct este egală cu **360°**.

3. Cum recunoaștem unghiurile în jurul unui punct

Nu este suficient ca unghiurile să aibă același vârf. Urmăriți cele două situații de mai jos.

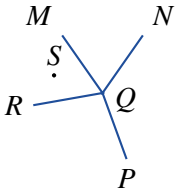


Fig. 3

$\sphericalangle MQN$, $\sphericalangle NQP$, $\sphericalangle PQR$ au vârful comun Q, dar punctul S nu aparține niciunuia dintre ele, iar suma măsurilor lor este mai mică decât 360°. **Nu** sunt unghiuri în jurul lui Q. Unghiurile MQN, NQP, PQR, RQM **sunt** unghiuri în jurul lui Q.

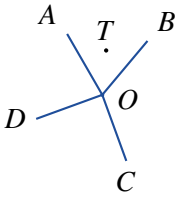


Fig. 4

$\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC$, $\sphericalangle COD$, $\sphericalangle DOB$ au vârful comun O, dar $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle DOB$ au puncte interioare comune (de exemplu T), iar suma măsurilor lor este mai mare decât 360°. **Nu** sunt unghiuri în jurul lui O. Unghiurile AOB, BOC, COD, DOA **sunt** unghiuri în jurul lui O.

Atenție!

Când scriem unghiurile din jurul unui punct, le luăm **la rând**, fiecare începând cu latura la care s-a oprit precedentul, iar ultimul se închide pe latura primului: AOB, BOC, COD, DOA.

4. Cazuri particulare

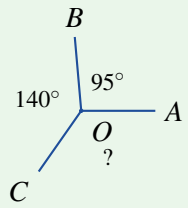
- n **unghiuri congruente** în jurul unui punct au fiecare măsura $360^\circ : n$. De exemplu: 3 unghiuri — câte 120°; 4 unghiuri — câte 90°; 5 unghiuri — câte 72°; 6 unghiuri — câte 60°.
- **Două drepte concurente** formează patru unghiuri în jurul punctului de intersecție: două perechi de unghiuri opuse la vârf. Dacă unul are măsura a, unghiurile sunt a, $180^\circ - a$, a, $180^\circ - a$.
- **Mai multe drepte concurente** într-un punct: unghiurile opuse la vârf sunt congruente, iar unghiurile situate de aceeași parte a unei drepte au suma 180°.
- **Acele ceasornicului.** Într-o oră, minutarul face un tur complet (360°), deci descrie 6° într-un minut. Orarul face un tur complet în 12 ore, deci descrie 30° într-o oră și $0{,}5^\circ = 30'$ într-un minut.

5. Exemple rezolvate

Exemplul 1. Un unghi necunoscut

În jurul punctului O sunt unghiurile AOB, BOC, COA, cu $\sphericalangle AOB = 95^\circ$ și $\sphericalangle BOC = 140^\circ$. Aflați $\sphericalangle COA$.

Rezolvare. Unghiurile sunt în jurul punctului O, deci $\sphericalangle AOB + \sphericalangle BOC + \sphericalangle COA = 360^\circ$.
$95^\circ + 140^\circ + \sphericalangle COA = 360^\circ$, de unde $\sphericalangle COA = 360^\circ - 235^\circ = 125^\circ$.



Exemplul 2. Măsuri scrise cu o necunoscută

Patru unghiuri în jurul unui punct au măsurile x°, $2x^\circ$, $3x^\circ$ și $4x^\circ$. Aflați măsurile unghiurilor.

Rezolvare. Suma măsurilor este 360°: $x + 2x + 3x + 4x = 360$, adică $10x = 360$, deci $x = 36$.
Unghiurile au măsurile 36°, 72°, 108° și 144°. *Verificare:* $36 + 72 + 108 + 144 = 360$.

Exemplul 3. Numere naturale consecutive

Trei unghiuri în jurul unui punct au măsurile exprimate în grade prin numere naturale consecutive. Aflați măsurile lor.

Rezolvare. Notăm măsurile cu n, $n+1$, $n+2$. Atunci $n + (n+1) + (n+2) = 360$, adică $3n + 3 = 360$, $3n = 357$, $n = 119$.
Unghiurile au măsurile 119°, 120° și 121°.

Exemplul 4. Un unghi alungit printre ele

Punctele A, O, B sunt coliniare, iar C și D sunt de o parte și de alta a dreptei AB. Știind că $\sphericalangle AOC = 65^\circ$ și $\sphericalangle BOD = 110^\circ$, aflați $\sphericalangle COB$ și $\sphericalangle DOA$.

Rezolvare. $\sphericalangle AOC$ și $\sphericalangle COB$ sunt adiacente suplementare: $\sphericalangle COB = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$.
Analog, $\sphericalangle DOA = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$.
Verificare: $65^\circ + 115^\circ + 110^\circ + 70^\circ = 360^\circ$ — unghiurile AOC, COB, BOD, DOA sunt în jurul punctului O.

